

# Wyznaczanie optymalnych parametrów pojazdu trakcyjnego w warunkach zakłócenia ruchu pociągów

Mirosław Wnuk

## Wprowadzenie

Na liniach kolejowych w trakcie wykonywania przewozów dokonywane są naprawy okresowe i naprawy bieżące: podtorza, urządzeń srk, sieci trakcyjnej. Prace te nazywamy pracami torowymi. Prowadzenie prac torowych wymaga ze względów bezpieczeństwa ograniczenia prędkości pociągu. Jeżeli wykonywane są naprawy planowane, wówczas mówimy o planowanych ograniczeniach prędkości. Na kolei bardzo często występują nieplanowane ograniczenia prędkości. W takim przypadku mówimy o zakłóceniach występujących w ruchu pociągów. Jeżeli zakłócenia powstają na skutek uszkodzenia toru, urządzeń srk, zasilania, wówczas takie zakłócenie nazywamy pierwotnym. Zakłócenie pierwotne bardzo często powoduje zakłócenia w ruchu kilkunastu kolejnych pociągów. Takie zakłócenia nazywamy zakłóceniami wtórnymi [7]. W niniejszym opracowaniu wszelkie ograniczenia prędkości na odcinku  $s_k$  będą traktowane jako zakłócenia wówczas, gdy spowodują one zwiększenie zużycia energii w stosunku do jazdy pociągu bez takiego ograniczenia. Celem opracowania nie jest analiza przyczyn powstawania ograniczeń prędkości, lecz zbadanie, jaki wpływ mają wszelkie ograniczenia prędkości w ruchu pociągów na zużycie energii. A następnie, jaki wpływ mają one na parametry optymalne pojazdu trakcyjnego [9]. Optymalizacji jazdy pociągu dokonano ze względu na jednostkowe zużycie energii całkowitej odniesione do masy składu wagonów, za pomocą standardowej procedury bezgradientowej Powella. Jako zmienne decyzyjne przyjęto parametry ruchu (maksymalna prędkość pociągu, droga jazdy pod prądem, droga początkowa hamowania). Do programu jazdy pociągu dołączono matematyczny model pojazdu trakcyjnego, cyfrowy program sieci trakcyjnej oraz program do wyznaczania oporu wzniesień, spadków i łuków linii kolejowej. W modelu pojazdu dla danej mocy wyznaczone są: prędkość maksymalna, minimalna masa napędna, przekładnia mechaniczna oraz charakterystyki trakcyjne w zależności od napięcia dla całej rodziny pojazdów trakcyjnych. W cyfrowym programie sieci wyznaczone jest napięcie w zależności od odległości do podstacji oraz straty energii w sieci trakcyjnej. W celu wyznaczenia optymalnych parametrów pojazdu trakcyjnego do zmiennych decyzyjnych parametrów ruchu w programie jazdy dołączono parametry pojazdu i uzmienniono je. Można dołączyć kilka parametrów pojazdu. W naszym przypadku dołączono tylko moc pojazdu w celu dokonania jej optymalizacji. Natomiast prędkość maksymalną pojazdu wyznaczono w taki sposób, aby masa pojazdu nie przekraczała nacisku dopusz-

**Streszczenie:** W artykule przedstawiona została metoda wyznaczania optymalnych parametrów pojazdu trakcyjnego [9] dla procesu transportowego, który odbywa się w warunkach zakłócenia ruchu pociągów na odcinku  $s_k$ . Optymalne parametry pojazdu trakcyjnego zostały wyznaczone z funkcji aproksymacyjnych zużycia energii w zależności od mocy pojazdu trakcyjnego.

Słowa kluczowe: optymalne parametry pojazdu trakcyjnego, jazda w warunkach zakłócenia ruchu

## DETERMINATION OF TRACTION VEHICLE OPTIMA PARAMETERS UNDER CONDITIONS OF RAILWAY TRAFFIC DISTURBANCES

**Abstract:** In the paper a method to determine traction vehicle optimal parameters for transport process [9] realized under conditions of railway traffic disturbances along  $s_k$  section is presented. The traction vehicle optimal parameters have been derived from approximation function of energy consumption in relation to traction vehicle power.

Keywords: traction vehicle optimal parameters, service under conditions of railway traffic disturbances

czalnego na oś. Przy czym prędkość maksymalna pojazdu wyznaczona jest dla prędkości maksymalnej silników trakcyjnych. Jeżeli występuje ograniczenie prędkości na odcinku, wówczas całkowita jazda pociągu składa się z dwóch części połączonych w jedną całość (jazdy do miejsca ograniczenia prędkości, a następnie jazdy od miejsca ograniczenia do końca odcinka). W opracowaniu [7] stwierdzono, że następstwo ruchu pociągu może odbywać się zgodnie z przesuniętym rozkładem wykładniczym. Zakłócenia zaś w ruchu pociągów, zdaniem autora, dobrze opisuje ucięty rozkład wykładniczy. Gęstość rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej wykładniczej opisano za pomocą następującej zależności [1]:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (1)$$

gdzie:  
 $\lambda$  – parametr



Przyjęto a priori, że dla zmiennej losowej zawartej w przedziale  $x \in (0,1)$  ruch pociągów odbywa się bez zakłóceń, tzn. nie występuje ograniczenie prędkości. Natomiast w przedziałach  $\{x \in (k, k+1) \text{ dla } 4 \geq k \geq 1 \geq \}$  – występują ograniczenia prędkości  $v \leq v_1$ . Dla zmiennej losowej  $x > 4$  rozkład wykładniczy został ucięty. Przyjęto, że ograniczenie prędkości może wystąpić w dowolnym miejscu na odcinku  $s_k$  w przedziale o długości równej  $s_b = 0,5$  km. Prawdopodobieństwo wystąpienia zakłócenia w przedziale  $x \in (k-1, k)$  wyznaczono z zależności:

$$p^k = \int_{k-1}^k \lambda e^{-\lambda x} dx = e^{-\lambda k} (e^\lambda - 1) \quad (2)$$

Jak wykazano w opracowaniu [9], optymalne parametry jazdy trakcyjnego bardzo silnie zależą od prędkości technicznej pociągu na odcinku linii kolejowej. Wraz ze zwiększaniem się prędkości technicznej pociągu zwiększa się optymalna moc pojazdu trakcyjnego. Na wielkość mocy optymalnej pojazdu trakcyjnego mają również wpływ zakłócenia w ruchu pociągów. Okazuje się, że dla większego ograniczenia prędkości zwiększa się zużycie energii, którego ekstremum występuje dla większej mocy optymalnej pojazdu trakcyjnego. Prędkość techniczna pociągu ma duży wpływ na wielkość zużycia energii. Wraz ze wzrostem prędkości technicznej rośnie w sposób wykładniczy zużycie energii. Bardzo duży wpływ na wielkość zużycia energii mają ograniczenia prędkości w ruchu pociągów. Natomiast stosunkowo niewielki wpływ na wielkość zużycia energii (jak wykazano w art. [11, 12]) ma miejsce wystąpienie ograniczenia prędkości na odcinku  $s_k$ . Optymalizacji mocy pojazdu trakcyjnego dokonano dla: danej masy składu wagonów i danej prędkości technicznej na odcinku  $s_k$ . Natomiast dla ruchu pociągów, który odbywa się w warunkach zakłóceń (ograniczeń prędkości), należy określić prawdopodobieństwo wystąpienia zakłócenia na odcinku  $s_k$ . W związku z tym funkcja kryterialna będzie sumą iloczynów prawdopodobieństwa i zużycia energii dla poszczególnych zakłóceń w ruchu pociągów. Funkcję kryterialną dla ruchu pociągu, który odbywa się w warunkach zakłócenia, przedstawiono w postaci następującej zależności:

$$F = \sum_{k=1}^{n_1} p^k j(v_k, p_h) \frac{Wh}{bt \cdot km} \quad (3)$$

gdzie:

$n_1 = 4$  – liczba przedziałów;

$v_k$  – ograniczenie prędkości w przedziale „k”;

$p^k$  – prawdopodobieństwo wystąpienia ograniczenia prędkości w przedziale „k”;

$j(v_k, p_h)$  – jednostkowe zużycie energii całkowitej odniesione do masy składu wagonów dla ograniczenia prędkości w przedziale „k”;

$p_h$  – moc godzinna pojazdu trakcyjnego [6] (MW).

Do funkcji kryterialnej wyrażonej za pomocą zależności (3) podstawiono prawdopodobieństwo wystąpienia zakłócenia  $p^k$  (2) oraz następujące wyrażenie  $(1 - e^{-\lambda v_1})$ , z uwagi na to, że dla zmiennej losowej  $x > 4$  rozkład wykładniczy został ucięty. W wyniku otrzymano następującą postać funkcji kryterialnej:

$$F = \frac{e^\lambda - 1}{1 - e^{-\lambda v_1}} \sum_{k=1}^{n_1} e^{-\lambda k} j(v_k, p_h) \frac{Wh}{bt \cdot km} \quad (4)$$

## 2. Funkcja zużycia energii w warunkach zakłócenia ruchu pociągów

Na odcinku  $s_k$  wykonano jazdy symulacyjne pociągów dla następujących parametrów ruchu:

- masy składu wagonów równej  $m_w = 700$  t;
- prędkości technicznej pociągu równej  $v_t = 17$  m/s;
- miejscowego ograniczenia prędkości w ruchu pociągów na odcinku  $s_k$  [11].

Jazdy te wykonano dla następujących ograniczeń prędkości w ruchu pociągów na odcinku  $s_k$ :

$v_1 = 11,2; 13,7; 16,2$  (m/s)

odpowiada to w przybliżeniu prędkościom 40; 50; 60 (km/h)

Następnie wykonano jazdę bez ograniczenia prędkości, w której przyjęto, że ograniczenie prędkości będzie równe maksymalnej prędkości pociągu na odcinku  $s_k$  i oznaczono je  $v_1 = v_g$ . Następnie na podstawie wyników jazd symulacyjnych wyznaczono następującą funkcję aproksymacyjną jednostkowego zużycia energii w zależności od mocy pojazdu  $p_h$  i ograniczenia prędkości  $v_1$ :

$$j_{17}^{700} = 32,29 - 5,73p_h + 1,013p_h^2 - 0,9154v_1 + \frac{Wh}{bt \cdot km} + 0,06594p_h v_1 + 0,01522v_1^2 + 0,118p_h^3 \quad (5)$$

gdzie:

$j_{17}^{700}$  – jednostkowe zużycie energii odniesione do masy składu wagonów  $m_w = 700$  t i prędkości technicznej pociągu  $v_t = 17$  [m/s],

$v_1$  – miejscowe ograniczenie prędkości pociągu [m/s].

Z wielomianu (5) wyznaczono funkcje jednostkowego zużycia energii dla poszczególnych ograniczeń prędkości. Jak wykazano w art. [11, 12], wyznaczenie jazdy optymalnej pociągu z ograniczeniem prędkości jest utrudnione z uwagi na to, że funkcja kryterialna posiada wiele minimum lokalnych. Często punkt startowy decyduje, które minimum lokalne funkcji kryterialnej zostanie wyznaczone [2, 5]. Dlatego zamiast jednej jazdy wyznacza się wiele jazd w zależności od mocy pojazdu, a dopiero na ich podstawie wyznacza się wielomiany aproksymacyjne zużycia energii. Dzięki temu można wyeliminować te jazdy, dla których nie znaleziono ekstremum funkcji, lecz tylko minimum lokalne. Za pomocą wielomianów aproksymacyjnych można wyznaczyć optymalną jazdę pociągu na odcinku.

Na rys. 1 przedstawiono wykresy funkcji zużycia energii wyznaczone w zależności od mocy pojazdu trakcyjnego dla jazdy pociągów z ograniczeniem prędkości. Wraz ze zmniejszeniem się wartości ograniczenia prędkości  $v_1$  zwiększa się zużycie energii, natomiast minimum funkcji przesuwają się w kierunku większej mocy pojazdu trakcyjnego. Poniżej przedstawiono moc optymalną pojazdu trakcyjnego dla następujących wartości ograniczenia prędkości  $v_1$ :

ograniczenie prędkości  $v_1 = 11,2$  m/s;  
 moc optymalna  $P_h^* = 1,86$  [MW]  
 ograniczenie prędkości  $v_1 = 13,7$  m/s;  
 moc optymalna  $P_h^* = 1,81$  [MW]  
 ograniczenie prędkości  $v_1 = 16,2$  m/s;  
 moc optymalna  $P_h^* = 1,76$  [MW].

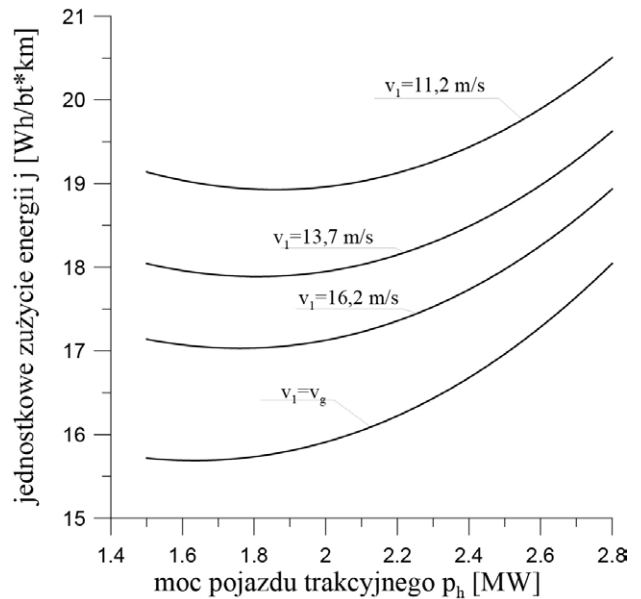
$$\frac{Wh}{bt \cdot km} \quad (6)$$

Natomiast dla jazdy pociągu bez ograniczenia prędkości optymalna moc pojazdu trakcyjnego jest najmniejsza i wynosi  $P_h^* = 1,63$  [MW].

Następnie wykonano jazdy symulacyjne pociągu na odcinku  $s_k$  dla masy składu wagonów odpowiednio równych  $m_w = 700$  i  $900$  t oraz prędkości technicznej równej  $v_t = 18$  m/s. Wyznaczono aproksymacyjne funkcje jednostkowego zużycia energii na odcinku  $s_k$  w zależności od mocy pojazdu trakcyjnego dla różnych ograniczeń prędkości pociągów:  $v_1 = 11,2$ ;  $13,7$ ;  $16,2$ ;  $25$  m/s. Poniżej przedstawiono te wielomiany w postaci następujących zależności:

$$j_{18}^{700} = 33,54 + 4,12p_h - 3,98p_h^2 - 1,452v_1 + 0,02705p_hv_1 + 0,02906v_1^2 + 0,9479p_h^3 \quad \frac{Wh}{bt \cdot km} \quad (7)$$

$$j_{18}^{900} = 40,76 + 14,66p_h - 11,48p_h^2 - 2,512v_1 + 0,1608p_hv_1 + 0,04688v_1^2 + 2,212p_h^3 \quad \frac{Wh}{bt \cdot km}$$



Rys. 1. Wykresy jednostkowego zużycia energii wyznaczone w zależności od mocy pojazdu trakcyjnego dla jazdy pociągu na odcinku  $s_k$ , z prędkością techniczną równą  $v_t = 17$  m/s dla różnych wartości ograniczenia prędkości  $v_1$  i masy składu wagonów równej  $m_w = 700$  t

reklama

**Tabela 1.** Moc optymalna  $P_h^*$  pojazdu trakcyjnego wyznaczona dla jazdy pociągu z ograniczeniem prędkości  $v_1$  dla różnych mas wagonów. Prędkość techniczna pociągu na odcinku  $s_k$  jest równa  $v_t = 18$  m/s

Ograniczenie prędkości $v_1$ [m/s]	Optymalna moc $P_h^*$ pojazdu trakcyjnego [MW]	
Masa wagonów $m_w$ [t]	700	900
11,2	2,035	2,446
13,7	2,016	2,402
16,2	1,996	2,355
Bez ograniczenia prędkości	1,921	2,152

Z wielomianów aproksymacyjnych (7) wyznaczono funkcje jednostkowego zużycia energii dla poszczególnych ograniczeń prędkości  $v_1$ . Wykresy tych funkcji przedstawiono na rys. 2. W przypadku wystąpienia miejscowego ograniczenia prędkości na odcinku  $s_k$ , maszynista często zmuszony jest włączyć hamowanie, aby nie przekroczyć danego ograniczenia. A po minięciu tego ograniczenia zmuszony jest ponownie włączyć napęd pojazdu trakcyjnego. Dlatego wraz ze zmniejszeniem się wartości ograniczenia prędkości  $v_1$  bardzo szybko rośnie zużycie energii. Równocześnie dla większej masy wagonów moc optymalna pojazdu trakcyjnego zwiększa się nawet o 20%. W tabeli 1 przedstawiono optymalne moce pojazdów trakcyjnych dla poszczególnych mas wagonów i wartości ograniczeń prędkości na odcinku  $s_k$ .

### 3. Wyznaczanie parametrów optymalnych pojazdu trakcyjnego w warunkach zakłócenia ruchu pociągów

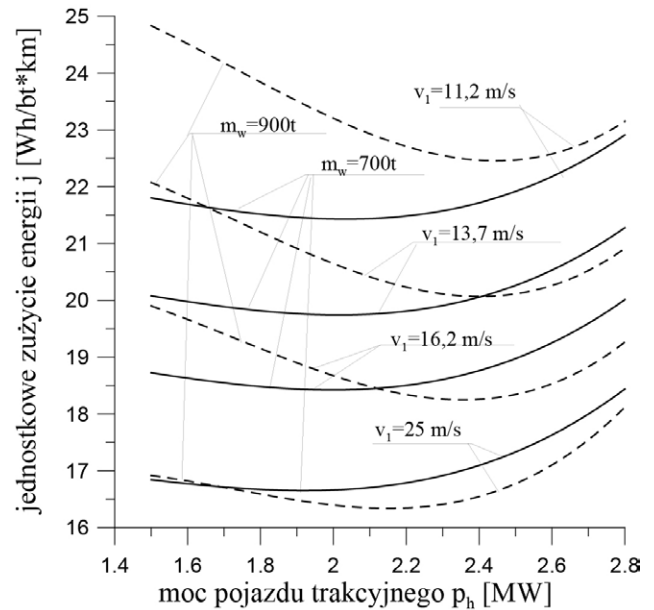
Do rozważań przyjęto a priori, że ruch pociągów na odcinku  $s_k$  odbywa się zgodnie z odciętym rozkładem wykładniczym prawdopodobieństwa, gdzie dla zmiennej losowej zawartej w przedziale  $x \in (0, 1)$  ruch pociągów odbywa się bez zakłóceń, natomiast w przedziałach:

- $x \in (1, 2)$  – występuje ograniczenie prędkości  $v \leq 16,2$  m/s;
- $x \in (2, 3)$  – występuje ograniczenie prędkości  $v \leq 13,7$  m/s;
- $x \in (3, 4)$  – występuje ograniczenie prędkości  $v \leq 11,2$  m/s;

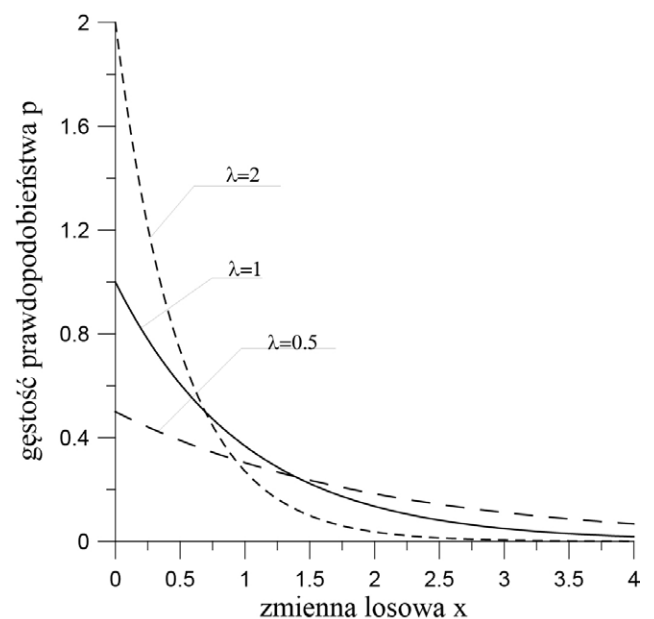
dla  $x > 4$  rozkład wykładniczy został ucięty.

Na rys. 3 przedstawiono odcięty wykładniczy rozkład zmiennej losowej dla różnych wartości parametru  $\lambda = 0,5; 1; 2$ . Dla wartości parametru  $\lambda = 2$  prawdopodobieństwo ruchu pociągów bez zakłóceń wynosi  $p = 0,86$ , zakłócenia ruchu  $p_z = 0,14$ . Dla wartości parametru  $\lambda = 1$  prawdopodobieństwo to zmniejsza się i wynosi  $p = 0,63$ , zakłócenie ruchu rośnie i wynosi  $p_z = 0,37$ . Natomiast dla wartości parametru  $\lambda = 0,5$  prawdopodobieństwo ruchu pociągów bez zakłóceń wynosi zaledwie  $p = 0,39$ , więc zakłócenie ruchu jest bardzo duże i wynosi  $p_z = 0,61$ .

Na rys. 4 przedstawiono funkcje jednostkowego zużycia energii w zależności od mocy pojazdu trakcyjnego dla różnych mas wagonów. Proces transportowy odbywa się w warunkach za-

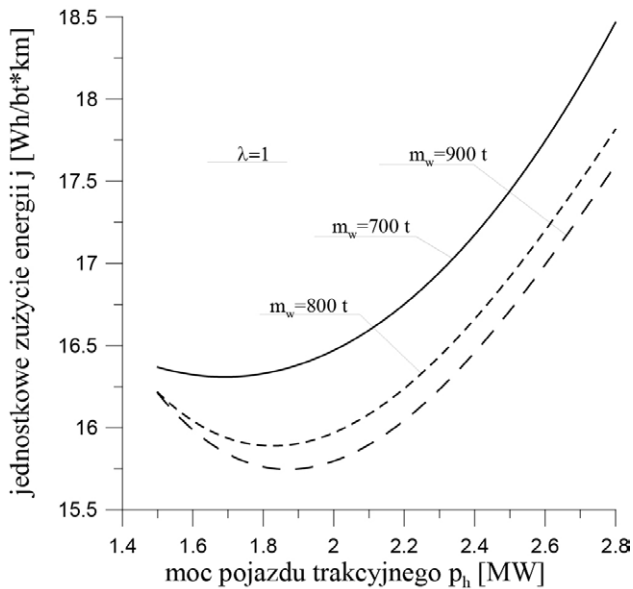


**Rys. 2.** Wykresy jednostkowego zużycia energii wyznaczone w zależności od mocy pojazdu trakcyjnego dla jazdy pociągu z prędkością techniczną równą  $v_t = 18$  m/s na odcinku  $s_k$  dla różnych ograniczeń prędkości  $v_1$ . Wykresy te dla masy składu wagonów  $m_w = 700$  t zaznaczono liniami ciągłymi, dla masy  $m_w = 900$  t liniami przerywanymi

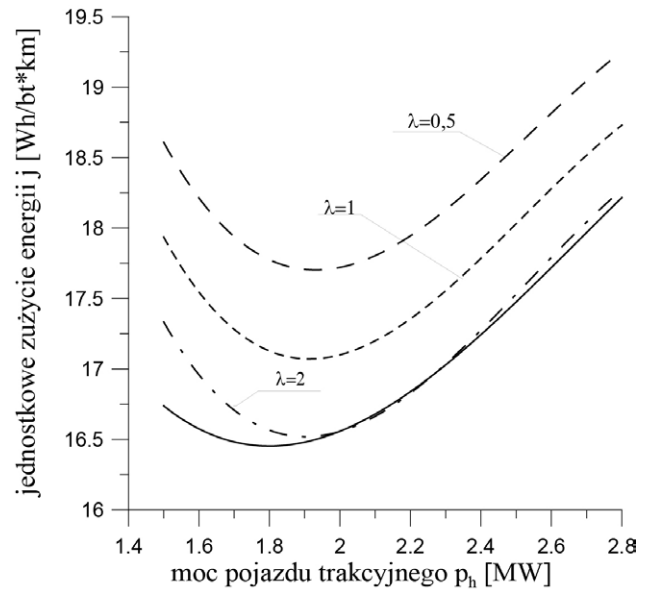


**Rys. 3.** Wykładnicze rozkłady gęstości prawdopodobieństwa wyznaczone dla następujących wartości parametru  $\lambda = 0,5; 1; 2$

klócenia ruchu pociągów zgodnie z wykładniczym rozkładem prawdopodobieństwa dla wartości parametru  $\lambda = 1$ , gdzie prawdopodobieństwo ruchu bez zakłóceń wynosi  $p = 0,63$ , natomiast zakłócenie ruchu jest równe  $p_z = 0,37$ . Masa składu wagonów odpowiednio wynosi:  $m_w = 700; 800; 900$  t. Prędkość techniczna pociągów na odcinku  $s_k$  jest równa  $v_t = 17$  m/s.



Rys. 4. Wykresy jednostkowego zużycia energii wyznaczone w zależności od mocy pojazdu trakcyjnego dla masy składu wagonów odpowiednio równych  $m_w = 700; 800; 900$  t i wartości parametru  $\lambda = 1$ . Prędkość techniczna pociągów na odcinku  $s_k$  jest równa  $v_t = 17$  m/s



Rys. 5. Wykresy jednostkowego zużycia energii wyznaczone w zależności od mocy pojazdu trakcyjnego na odcinku  $s_k$  dla wartości parametru  $\lambda = 0,5; 1; 2$ , masy składu wagonów równej  $m_w = 800$  t, prędkości technicznej równej  $v_t = 18$  m/s. Linia ciągłą zaznaczono jednostkowe zużycia energii dla jazdy bez zakłóceń w ruchu pociągów

Poniżej przedstawiono wielomiany aproksymacyjne jednostkowego zużycia energii w zależności od mocy pojazdu trakcyjnego dla różnych mas wagonów oraz wartości parametru  $\lambda = 1$  i prędkości technicznej pociągów na odcinku  $s_k$  równej  $v_t = 17$  m/s:

$$\begin{aligned}
 j_{17}^{700}(\lambda = 1) &= 20,62 - 4,854p_h + \frac{Wh}{bt \cdot km} \\
 &+ 1,216p_h^2 + 0,08677p_h^3 \\
 j_{17}^{800}(\lambda = 1) &= 30,072 - 18,17p_h + \frac{Wh}{bt \cdot km} \\
 &+ 7,143p_h^2 - 0,7917p_h^3 \\
 j_{17}^{900}(\lambda = 1) &= 32,72 - 21,55p_h + \frac{Wh}{bt \cdot km} \\
 &+ 8,485p_h^2 - 0,9705p_h^3
 \end{aligned} \quad (9)$$

Z wielomianów aproksymacyjnych (9) wyznaczono optymalne moce pojazdów trakcyjnych dla poszczególnych mas składu wagonów, które odpowiednio wynoszą: dla  $m_w = 700$  t  $\Rightarrow P_h^* = 1,78$  MW; dla  $m_w = 800$  t.  $\Rightarrow P_h^* = 1,83$  MW; dla  $m_w = 900$  t.  $\Rightarrow P_h^* = 1,87$  MW. Wraz ze zwiększaniem się masy wagonów maleje jednostkowe zużycie energii i nieznacznie zwiększa się optymalna moc pojazdu trakcyjnego.

Na rys. 5 przedstawiono funkcje jednostkowego zużycia energii w zależności od mocy pojazdu trakcyjnego na odcinku  $s_k$  dla prędkości technicznej pociągów równej  $v_t = 18$  m/s, masy składu wagonów  $m_w = 800$  t oraz dla następujących wartości parametru  $\lambda = 0,5; 1; 2$ . Linia ciągłą zaznaczono funkcję jednostkowego zużycia energii dla jazdy pociągów bez ograniczenia prędkości. Poniżej przedstawiono te funkcje w postaci następujących wielomianów aproksymacyjnych:

$$\begin{aligned}
 j_{18}^{800} &= 31,952 - 20,718p_h + \frac{Wh}{bt \cdot km} \\
 &+ 8,6684p_h^2 - 1,079p_h^3 \\
 j_{18}^{800}(\lambda = 2) &= 46,58 - 39,52p_h + \frac{Wh}{bt \cdot km} \\
 &+ 16,63p_h^2 - 2,188p_h^3 \\
 j_{18}^{800}(\lambda = 1) &= 47,98 - 40,58p_h + \frac{Wh}{bt \cdot km} \\
 &+ 17,09p_h^2 - 2,26p_h^3 \\
 j_{18}^{800}(\lambda = 0,5) &= 47,98 - 39,43p_h + \frac{Wh}{bt \cdot km} \\
 &+ 16,48p_h^2 - 2,165p_h^3
 \end{aligned} \quad (10)$$

Następnie z funkcji aproksymacyjnych jednostkowego zużycia energii (10) wyznaczono optymalne moce pojazdów trakcyjnych oraz optymalne zużycie energii dla poszczególnych rozkładów prawdopodobieństwa wystąpienia zakłócenia w ruchu pociągów na odcinku  $s_k$ . Podano również, jaki jest udział procentowy jazdy bez zakłóceń w danym procesie transportowym. Dane te zamieszczono w tabeli 2.

Z przebiegu funkcji jednostkowego zużycia energii zamieszczonych na rys. 5 wynika, że funkcja bez zakłóceń oraz funkcja wyznaczona dla wartości parametru  $\lambda = 2$  w dużej mierze pokrywają się. Stąd wniosek, że dla wartości parametru  $\lambda = 2$  wpływ zakłóceń na proces transportowy można pominąć. Jeżeli wartość parametru będzie równa  $\lambda = 1$ , wówczas taki proces transportowy będzie przeciętnie zakłócony. Natomiast dla wartości parametru równego  $\lambda = 0,5$  proces transportowy będzie silnie zakłócony, którego prawdopodobieństwo ruchu pociągów bez zakłóceń wynosi  $p = 0,39$ . W tym przypadku przy wyznaczaniu parametrów pojazdu trakcyjnego do danego zadania

**Tabela 2.** Optymalna moc  $P_h^*$  pojazdu trakcyjnego oraz optymalne zużycie energii, wyznaczone dla masy składu wagonów równej  $m_w = 800$  t w warunkach zakłócenia ruchu. Prędkość techniczna pociągu jest równa  $v_t = 18$  m/s

$\lambda$	Jazdy pociągu bez zakłóceń %	Optymalna moc $P_h^*$ pojazdu trakcyjnego MW	Optymalne zużycie energii $j^*$ Wh/bt·km
$\infty$	100	1,8	16,45
2	86,46	1,9	16,52
1	63,21	1,91	17,07
0,5	39,35	1,93	17,7

**Tabela 3.** Optymalna moc  $P_h^*$  pojazdu trakcyjnego oraz optymalne zużycie energii wyznaczone dla jazdy pociągów w warunkach zakłócenia ruchu na odcinku  $s_k$  z prędkością techniczną równą  $v_t = 19$  m/s dla masy składu wagonów równej  $m_w = 800$  t

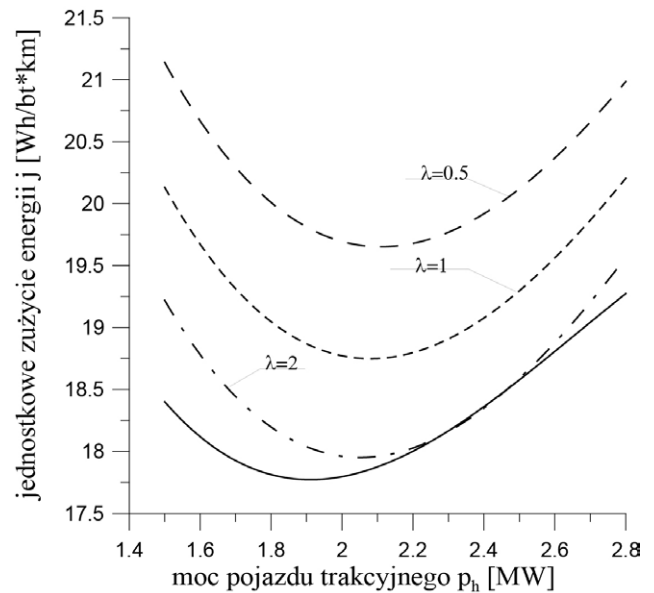
$\lambda$	Optymalna moc $P_h^*$ pojazdu trakcyjnego MW	Optymalne zużycie energii $j^*$ Wh/bt·km	$\Delta P_h^*$ przyrost mocy pojazdu trakcyjnego %	$\Delta j^*$ Przyrost zużycia energii %
$\infty$	1,91	17,77	0	0
2	2,05	17,95	7,3	1
1	2,08	18,75	8,9	5,5
0,5	2,11	19,65	10,5	10,6

przewozowego, koniecznie należy uwzględnić zakłócenia w ruchu pociągów.

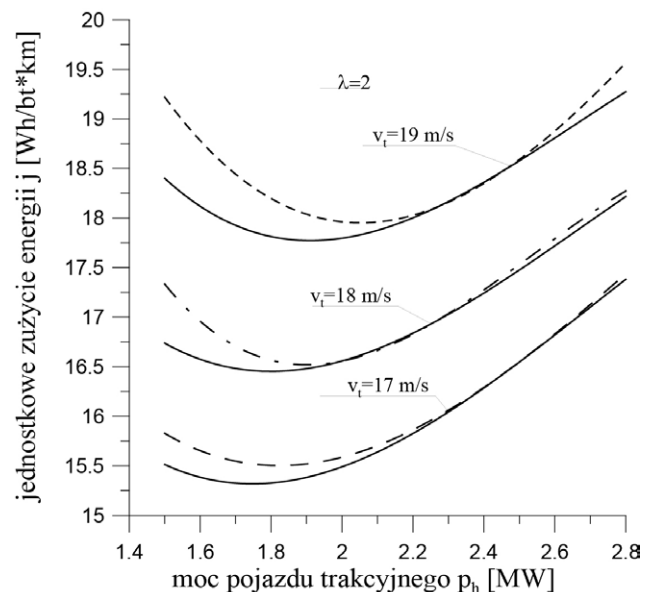
Na rys. 6 przedstawiono wykresy jednostkowego zużycia energii w zależności od mocy pojazdu trakcyjnego, wyznaczone dla wykładniczego rozkładu prawdopodobieństwa wystąpienia zakłócenia na odcinku  $s_k$ . Poszczególne jazdy pociągów wykonano dla masy składu wagonów równej  $m_w = 800$  t, prędkości technicznej równej  $v_t = 19$  m/s oraz dla wartości parametru  $\lambda = 0,5; 1; 2; \infty$ . Poniżej przedstawiono te funkcje w postaci następujących wielomianów aproksymacyjnych:

$$\begin{aligned}
 j_{19}^{800} &= 39,036 - 27,371p_h + 11,178p_h^2 - 1,4012p_h^3 \\
 j_{19}^{800}(\lambda = 2) &= 41,69 - 27,28p_h + 9,675p_h^2 - 0,9836p_h^3 \\
 j_{19}^{800}(\lambda = 1) &= 42,99 - 27,62p_h + 9,749p_h^2 - 0,9968p_h^3 \\
 j_{19}^{800}(\lambda = 0,5) &= 43,58 - 26,77p_h + 9,251p_h^2 - 0,9187p_h^3
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Następnie z funkcji aproksymacyjnych (11) wyznaczono optymalne moce pojazdów trakcyjnych, optymalne zużycie energii oraz procentowe przyrosty mocy i zużycia energii, jakie mają miejsce w ruchu pociągów, które odbywają się w warunkach coraz większych zakłóceń. Dane te zamieszczono w tabeli 3.



**Rys. 6.** Wykresy jednostkowego zużycia energii wyznaczone na odcinku  $s_k$  w zależności od mocy pojazdu trakcyjnego dla wartości parametru  $\lambda = 0,5; 1; 2$ , masy składu wagonów równej  $m_w = 800$  t i prędkość technicznej pociągu równej  $v_t = 19$  m/s. Linia ciągłą zaznaczono jednostkowe zużycie energii dla jazdy bez zakłóceń



**Rys. 7.** Wykresy jednostkowego zużycia energii wyznaczone na odcinku  $s_k$  w zależności od mocy pojazdu trakcyjnego dla procesu transportowego na odcinku  $s_k$ , w którym zakłócenia występują zgodnie z wykładniczym rozkładem prawdopodobieństwa

Na rys. 7 przedstawiono wykresy jednostkowego zużycia energii w zależności od mocy pojazdu trakcyjnego dla procesu transportowego na odcinku  $s_k$ , w którym zakłócenia występują zgodnie z wykładniczym rozkładem prawdopodobieństwa

**Tabela 4.** Optymalne: moce  $P_h^*$  pojazdu trakcyjnego oraz zużycie energii wyznaczone dla jazdy pociągów w warunkach zakłócenia ruchu dla wartości parametru  $\lambda = 1$  na odcinku  $s_k$  dla różnych prędkości technicznych i masy składu wagonów równej  $m_w = 800$  t

Prędkość techniczna $v_t$	Optymalna moc pojazdu trakcyjnego $P_h^*$	Optymalne zużycie energii $j^*$	Przyrost mocy optymalnej $\Delta P_h^*$	Optymalny przyrost zużycia energii $\Delta j^*$
m/s	MW	Wh/bt·km	%	%
17	1,83	15,89	0	0
18	1,91	17,07	4,4	7,4
19	2,08	18,75	13,7	18,0

dla wartości parametru  $\lambda = 2$ , masy składu wagonów równej  $m_w = 800$  t oraz prędkości technicznych pociągu odpowiednio równych  $v_t = 17; 18; 19$  m/s. Z przebiegu funkcji aproksymacyjnych jednostkowego zużycia energii wynika, że dla procesu transportowego, w którym ponad 86% jazd pociągów odbywa się bez zakłóceń w ruchu, ewentualne zakłócenia w ruchu można pominąć. Natomiast na rys. 8 przedstawiono aproksymacyjne funkcje jednostkowego zużycia energii w zależności od mocy pojazdu trakcyjnego dla procesu transportowego, w którym ponad 63% jazd pociągów to jazdy bez zakłóceń losowych ( $\lambda = 1$ ). Optymalne moce pojazdów trakcyjnych, optymalne zużycie energii oraz procentowe przyrosty mocy i zużycia energii w zależności od prędkości technicznej pociągu na odcinku  $s_k$  zamieszczono w tabeli 4.

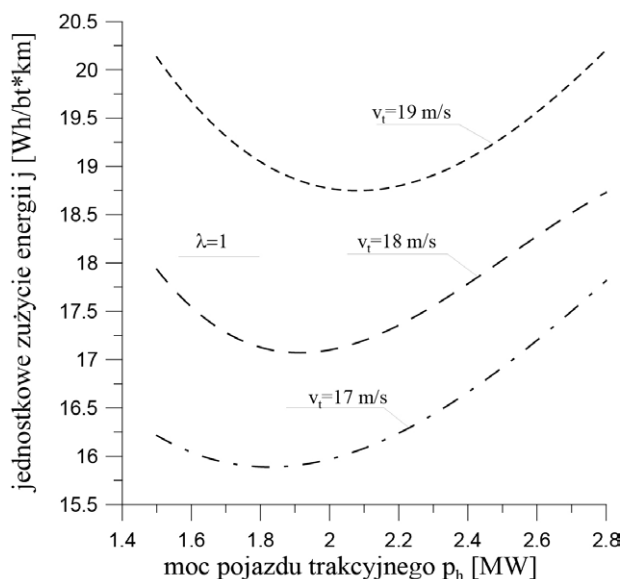
Na podstawie przeprowadzonych badań procesu transportowego na odcinku  $s_k$ , w którym zakłócenia ruchu pociągów występują zgodnie z wykładniczym rozkładem prawdopodobieństwa, stwierdzono, że wraz ze wzrostem zakłócenia w ruchu pociągów rośnie zarówno optymalna moc pojazdu trakcyjnego, jak i optymalne zużycie energii. Optymalna moc pojazdu trakcyjnego oraz optymalne zużycie energii rosą wraz ze wzrostem prędkości technicznej pociągu na odcinku  $s_k$ .

## Podsumowanie

Przed wprowadzeniem metod optymalizacyjnych pojazd trakcyjny do danego zadania transportowego dobierano w sposób uproszczony [3, 4, 6], najczęściej za pomocą jazdy teoretycznej pociągu na krytycznym odcinku linii kolejowej. Za pomocą jazdy teoretycznej nie można wyznaczyć sterowania optymalnego pociągu ze względu na zużycie energii. Optymalizacji jazdy pociągu po raz pierwszy dokonano za pomocą zasady maksimum, Pontriagina, gdzie jako funkcję kryterialną przyjęto pracę na wykonanie jazdy. W wyniku optymalizacji wykazano, że ekstremum funkcjonału występuje dla maksymalnej mocy pojazdu trakcyjnego.

reklama





Rys. 8. Wykresy jednostkowego zużycia energii wyznaczone na odcinku  $s_k$  w zależności od mocy pojazdu trakcyjnego dla wartości parametru  $\lambda=1$ , masy składu wagonów równej  $m_w=800$  t i prędkości technicznych pociągu odpowiednio równych  $v_t=17; 18; 19$  m/s

Analiza jazdy pociągu nie jest możliwa wówczas, gdy przy wyznaczaniu jazdy czynione będą uproszczenia. Przy wyznaczaniu jazdy należy uwzględnić spadek napięcia i straty mocy w sieci trakcyjnej. Przy wyznaczaniu siły w pojeździe trakcyjnym należy uwzględnić napięcie, natomiast opory wzniesień, spadków i łuków linii wyznaczać dla masy rozłożonej pociągu. Zadanie jazdy pociągu powinno być tak opracowane, aby możliwe było zastosowanie standardowej procedury optymalizacyjnej przy jego rozwiązaniu. W związku z tym jazdę pociągu podzielono na  $n$  przedziałów o zmiennej długości. Dzięki temu stało się możliwe wyznaczenie w każdym przedziale spadku napięcia, strat mocy w sieci trakcyjnej, siły trakcyjnej w zależności od napięcia i sprawności oraz równania ruchu w zależności od rozłożonej masy pociągu. Można dobrać długość przedziału w taki sposób, aby można było odwzorować z żadaną dokładnością rzeczywistą jazdę pociągu na odcinku  $s_k$ . Do optymalizacji jazdy zastosowano bardzo efektywną bezgradientową procedurę optymalizacyjną Powella. Jako funkcję kryterialną przyjęto jednostkowe zużycie energii całkowitej odniesionej do masy składu wagonów. Do programu jazdy dołączono matematyczny model pojazdu trakcyjnego, cyfrowy program do wyznaczania spadku napięcia i strat mocy w sieci trakcyjnej. Ponadto dołączono program do wyznaczania spadków, wzniesień i łuków linii dla rozłożonej masy pociągu. Jako zmienne decyzyjne w programie jazdy przyjęto parametry ruchu, do których dołączono parametry pojazdu trakcyjnego jako kolejne zmienne decyzyjne. Wówczas w jednym zadaniu można wyznaczyć zarówno sterowanie optymalnego pociągu na odcinku, jak i optymalne parametry pojazdu trakcyjnego. W celu sprawdzenia poprawności działania programu jazdy dokonano optymalizacji dla jednostkowego zużycia energii w pojeździe trakcyjnym. W wyniku optymalizacji otrzymano, że minimum zużycia energii

występuje dla maksymalnej mocy pojazdu. Następnie dokonano optymalizacji jazdy dla jednostkowego zużycia energii w pojeździe i układzie zasilania. Otrzymano diametralnie inny wynik. Dla każdego składu masy pociągu można wyznaczyć moc optymalną pojazdu trakcyjnego, dla którego występuje minimum zużycia energii. W celu dokonania analizy jazdy pociągu jako kryterium przy optymalizacji należy przyjąć całkowite zużycie energii. Analiza jazdy pociągu bez ograniczenia prędkości na odcinku  $s_k$  przedstawiona została w pracy [9]. Celem niniejszego opracowania jest dokonanie analizy jazdy pociągu w warunkach ograniczenia prędkości pociągu na odcinku  $s_k$ . Im będzie mniejsza wartość ograniczenia prędkości pociągu, tym zakłócenie w ruchu będzie większe. Ruch pociągów na odcinku  $s_k$  opisany został za pomocą uciętego rozkładu wykładniczego.

Na podstawie wyników przeprowadzonych badań procesu transportowego na odcinku  $s_k$ , w którym zakłócenia ruchu pociągów występują zgodnie z wykładniczym rozkładem prawdopodobieństwa, stwierdzono, że jeżeli ruch pociągów został w większym stopniu zakłócony, rośnie zarówno optymalna moc pojazdu trakcyjnego, jak i optymalne zużycie energii.

Dla prędkości technicznej  $v_t=18$  m/s oraz masy składu wagonów  $m_w=900$  t optymalna moc pojazdu trakcyjnego wyznaczona dla jazdy bez ograniczenia prędkości wynosi  $P_h^*=2152$  kW, natomiast jeśli na odcinku  $s_k$  wystąpi ograniczenie prędkości  $v_1=11,2$  m/s, to moc optymalna pojazdu będzie równa  $P_h^*=2446$  kW. Moc optymalna po wystąpieniu ograniczenia prędkości w czasie jazdy zwiększyła się o  $\Delta P_h^*=292$  kW, a więc o 13,6%. Jednostkowe zużycie energii dla jazdy z ograniczeniem prędkości zwiększyło się od wartości 16,2 do 22,5 Wh/bt·km, a więc o 39%.

Optymalna moc pojazdu trakcyjnego oraz optymalne zużycie energii rosną ze wzrostem prędkości technicznej pociągu na odcinku.

Dla ruchu pociągów, dla którego prawdopodobieństwo wystąpienia zakłócenia wynosi  $p_z=0,37$ , zwiększenie prędkości technicznej pociągu o masie składu wagonów równej  $m_w=800$  t, od wartości  $v_t=17$  do 19 m/s, spowoduje, że zwiększy się wartość mocy optymalnej  $P_h^*$  pojazdu trakcyjnego od wartości 1830 do 2080 kW, a więc o 13,7%. Jednostkowe zużycie energii zwiększy się od wartości 15,89 do 18,75 Wh/bt·km, a więc o 18%. Wszelkie zakłócenia w ruchu pociągów są niepożądane, należy więc tak układać rozkład jazdy, aby tych zakłóceń było możliwie mało. W przypadku wystąpienia zakłóceń nawet niewielkie zmniejszenie prędkości technicznej pociągu w znaczny sposób ograniczy wielkość zużycia energii.

Optymalne zużycie energii można wyznaczyć tylko wówczas, jeżeli funkcją kryterialną będzie zużycie energii w pojeździe trakcyjnym oraz straty w układzie zasilania. Można tego dokonać w różny sposób. W niniejszym opracowaniu jazdę pociągu podzielono na przedziały, w których wyznaczono straty mocy w zależności od odległości do podstacji oraz siłę pojazdu trakcyjnego w zależności od napięcia. Optymalizacji dokonano za pomocą standardowej procedury bezgradientowej Powella, ponieważ za pomocą innych procedur nie zawsze można było uzyskać rozwiązanie zadania. Nie można dokonać optymalizacji jazdy, jeżeli w funkcji kryterialnej nie będą uwzględnione straty mocy w układzie zasilania. Natomiast optymalną moc pojazdu

trakcyjnego można wyznaczyć wówczas, jeżeli do programu jazdy dołączony zostanie matematyczny model pojazdu trakcyjnego. W modelu tym wyznaczane są np. dla danej mocy pojazdu pozostałe parametry w sposób jednoznaczny i ciągły dla całej rodziny pojazdów. Do programu jazdy nie można dołączyć dyskretnego zbioru pojazdów trakcyjnych, ponieważ procedura optymalizacyjna wymaga, aby zmienne decyzyjne można było zmieniać w sposób ciągły. Oczywiście dla danych parametrów pojazdu trakcyjnego i danych masy składu pociągu oraz prędkości technicznej można wyznaczyć minimalne zużycie energii. Natomiast jeżeli do programu jazdy dołączony zostanie model pojazdu, to dla danej prędkości technicznej pociągu i danych parametrów pojazdu trakcyjnego można wyznaczyć optymalną masę składu pociągu. Można również wyznaczyć dla danej masy składu pociągu optymalne parametry pojazdu trakcyjnego i optymalną prędkość techniczną pociągu na odcinku  $s_k$ .

### Literatura

- [1] BOBROWSKI D.: *Probabilistyka w zastosowaniach technicznych*. WNT, Warszawa 1986.
- [2] FINDEISEN W., SZYMANOWSKI W., WIERZBICKI A.: *Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji*. PWN, Warszawa 1980.
- [3] FRĄCKOWIAK J.: *Optymalizacja zużycia energii elektrycznej przez pojazd trakcyjny napędzany silnikami szeregowymi zasilanymi przez czoper*. V Międzynarodowa Konferencja Naukowa MET 2001, Gdańsk 2001.
- [4] KAŁUŻA E.: *Zbiór zadań i ćwiczeń projektowych z trakcji elektrycznej*. Politechnika Śląska, skrypt, Gliwice 1994.
- [5] KRĘGLEWSKI T.: *Metody optymalizacyjne w języku FORTRAN*. PWN, Warszawa 1984.
- [6] PODOSKI J., KACPRZAK J., MYSŁEK J.: *Zasady trakcji elektrycznej*. WKiŁ, Warszawa 1980.
- [7] WOCH J.: *Kształtowanie płynności ruchu w gęstych sieciach transportowych*. PAN, 1998.
- [8] WNUK M.: *Energooptymalna jazda pociągu na odcinku linii kolejowej*. Prace naukowe PW Transport z. 33. Wydawnictwo PW, Warszawa 1993.
- [9] WNUK M.: *Metoda wyznaczania optymalnych parametrów składu pociągu*. Politechnika Śląska Wydział Elektryczny – rozprawa doktorska. Gliwice 08.01.2002.
- [10] WNUK M.: *Optymalizacja jazdy pociągu na odcinku linii kolejowej „Technika Transportu Szynowego”* 5–6/2011, s. 70–75.
- [11] WNUK M.: *Wyznaczenie jazdy optymalnej pociągu z ograniczeniem prędkości na odcinku*. „Technika Transportu Szynowego” 4/2012, s. 54–59.
- [12] WNUK M.: *Wyznaczenie funkcji zużycia energii dla jazdy pociągu z ograniczeniem prędkości*. „Technika Transportu Szynowego” 7–8/2012, s. 47–52.



dr inż. Mirosław Wnuk – emerytowany pracownik Politechniki Warszawskiej

artykuł recenzowany