

Wpływ zastosowanej technologii budowlanej na propagację fali elektromagnetycznej

Agnieszka Choroszucho

Wprowadzenie

Rozwój nowych technologii budowlanych oraz systemów komunikacji bezprzewodowej wymaga dokładnej analizy zachodzących zjawisk fizycznych przy propagacji fali elektromagnetycznej przez złożone struktury konstrukcyjne. Zastosowanie fal elektromagnetycznych o coraz wyższych częstotliwościach m.in. w radiokomunikacji oraz łączności satelitarnej powoduje, iż liczba nadajników wciąż wzrasta i wpływa na odbiór przesyłanych sygnałów z wcześniej rozlokowanych stacji bazowych.

Analiza propagacji fal w zakresie wielkich częstotliwości (np. *Wireless Fidelity*, Wi-Fi) wiąże się z koniecznością badania zjawisk związanych z oddziaływaniem pola elektromagnetycznego i materiałów budowlanych o różnych właściwościach. Stosowanie nowoczesnych systemów komunikacji bezprzewodowej wymaga uwzględnienia efektów mogących pogarszać zakładaną jakość transmisji danych [2, 6, 8]. Zjawiska, takie jak dyfrakcja, czy interferencja, są tematem licznych badań mających na celu jak najdokładniejsze określenie rozkładu natężenia pola w rozpatrywanych pomieszczeniach. Analiza pól występujących w systemach komunikacji bezprzewodowej wymaga również rozpatrzenia efektów związanych z ugięciami, wielokrotnymi odbiciami czy tłumieniem fali na obszarach o zróżnicowanej zabudowie. Wskazane zjawiska są efektem rozchodzenia się fal w strukturach zawierających elementy metalowe i zbudowane z niedoskonałych dielektryków (np. beton, gazobeton, różne odmiany cegieł). Występują w nich złożone układy, zawierające struktury periodyczne oraz elementy o szczególnych właściwościach materiałowych i nietypowej geometrii. W takim przypadku należy ocenić wpływ: zakłóceń, zjawisk nakładania się fal od sąsiednich

Streszczenie: W artykule został przedstawiony wpływ konstrukcji pomieszczenia na rozkład pola elektromagnetycznego. Wykonana analiza dotyczyła modelu pomieszczenia, w którym zmieniano rodzaj materiału i zastosowanej technologii budowlanej. Uwzględniono materiał jednorodny (pełną cegłę) oraz złożony (beton wraz ze zbrojeniem). Również sprawdzono wpływ średnicy zbrojenia na wartości natężenia pola w całym obszarze analizy. Do analizy numerycznej zastosowano metodę różnic skończonych w dziedzinie czasu (FDTD). Analiza dotyczyła częstotliwości stosowanej w sieciach bezprzewodowych (Wi-Fi). Wnioski wskazują, że przy podejściu makroskopowym umieszczenie źródła sygnału na ścianach wykonanych z materiału jednorodnego (np. beton, cegła

pełna czy gazobeton) skutkuje jednorodnym i przez to lepszym rozchodzeniem sygnału. Natomiast struktury niejednorodne wymagają dokładniejszej i wielowariantowej analizy ze względu na złożoność i różnorodność parametrów materiałowych. Celem analizy jest dokładniejsze zrozumienie zachodzących zjawisk polowych wewnątrz złożonych materiałów budowlanych, co może stanowić źródło wiedzy przy ocenie problemów związanych z zanikami sygnału i wpłynąć na polepszenie jakości przesyłanych danych.

Słowa kluczowe: materiały budowlane, propagacja fali elektromagnetycznej, metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu (FDTD), komunikacja bezprzewodowa.

THE INFLUENCE OF USED BUILDING TECHNOLOGY ON THE PROPAGATION OF ELECTROMAGNETIC WAVE

Abstract: In this paper, the influence of construction of room on distribution of the electromagnetic field was presented. The analysis was connected with the room model, which modified the type of material and used technology building. Taken into account the homogeneous material (brick) and composite material (concrete with reinforcement). Also tested the impact of a diameter of reinforcement on the values of electric field in the whole area analysis. To the analysis the finite-difference time-domain method (FDTD) was used. The analysis included frequencies used in wireless networks (Wi-Fi). The conclusions show that, with macroscopic approach, plac-

ing the source on the walls made of a homogeneous material (eg. concrete, solid brick or aerated concrete) results in uniform and also better propagation of the signal. In contrast, heterogeneous structures require a more detailed and multivariate analysis because of the complexity and diversity of material parameters. The purpose of the analysis was more accurate understanding of the phenomena occurring within the complex building materials, which may be a source of information in the assessment of the problems associated with signal fading and the effect of improving the quality of the transmitted data.

Keywords: building materials, electromagnetic wave propagation, finite difference time domain method (FDTD), wireless communications systems.



Rys. 1. Przykłady zastosowań komunikacji bezprzewodowej typu Wi-Fi [3, 5]

stacji bazowych, opóźnienia sygnałów, czasowej zmiany w tłumieniu i zaniku sygnału na projektowany bezprzewodowy kanał transmisyjny. Konstrukcja odpornych, stabilnych i o oczekiwanych właściwościach sieci komunikacji bezprzewodowej wymusza już na etapie projektowania systemu uwzględnienie: geometrii, konstrukcji budynków, złożonych struktur materiałowych występujących na drodze między nadajnikiem a odbiornikiem. Wskazane problemy są szczególnie widoczne w przypadku sieci bezprzewodowych Wi-Fi o małym zasięgu, stosowanych w budynkach. Uwzględnienie nowych konstrukcji (np. dobudówka), jak również już istniejących budynków ma znaczenie przy rozmieszczaniu stacji (np. Access Point, AP). Wskazana technologia pozwala m.in. na przesyłanie danych między komputerami, wspólne użytkowanie jednego szerokopasmowego połączenia, łączenia się z serwerem bez konieczności instalowania przewodów (rys. 1).

Celem badań jest ocena rozkładu pola elektromagnetycznego wewnątrz pomieszczenia wykonanego przy użyciu trzech rodzajów konstrukcji budowlanych. Porównano wartości natężenia pola elektrycznego uzyskane przy użyciu modelu pomieszczenia zawierającego ścianę modelowaną z cegieł pełnych z wynikami otrzymanymi dla konstrukcji betonowej wraz ze zbrojeniem. Analiza pokazuje wpływ jednorodnego materiału budowlanego (cegły pełne) oraz złożonego (konstrukcja betonowa wraz ze zbrojeniem o różnych średnicach) na wartości natężenia pola w rozpatrywanym pomieszczeniu. Otrzymane

wnioski w przyszłości pozwolą rozwiązywać problemy związane z zanikami sygnału oraz dokonywać optymalnego projektowania lokalizacji źródeł pola w złożonych konstrukcjach, m.in. zawierających zbrojenie, które mimo współczesnych rozwiązań jest nadal podstawą konstrukcji (szkieletem).

Konstrukcja i założenia analizowanego modelu

Przedmiotem analizy były modele bazujące na technologiach stosowanych w budownictwie. Oceniano rozkład pola elektromagnetycznego w pomieszczeniu zawierającym elementy betonowe i ceramiczne oraz przy niezmienionej geometrii zastosowano zbrojenie w ścianach nośnych (górnej i lewej) oraz słupie (na rys. 2 a oznaczone kolorem szarym). W celu porównania wpływu zbrojenia na rozkład natężenia pola analizowano zmienność średnicy prętów zbrojeniowych (d).

Pierwszy model (m1) zawiera trzy ściany betonowe bez żadnego zbrojenia (rys. 2). Natomiast czwarta ściana, na której został ulokowany nadajnik (rys. 2 b), była modelowana jako element wykonany z materiału jednorodnego – cegieł pełnych [7].

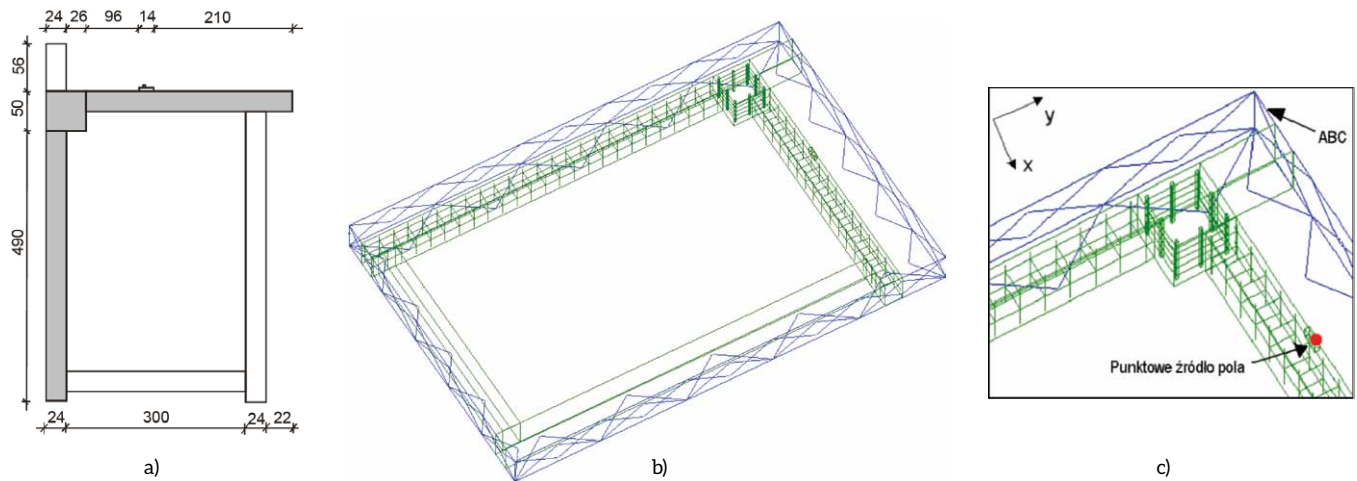
W celu porównania rozkładu pola elektromagnetycznego z uwzględnieniem odbić od prętów w ścianie górnej i lewej oraz słupie zaprojektowano model m2. Górny element o długości 3,2 m był złożony z: 4 prętów biegnących wzdłuż osi Ox o średnicy $d=8$ mm i wartością otuliny 20 mm z rozstawem co 200 mm oraz dwóch rzędów po 16 prętów pionowych po obu stronach ściany ($d=8$ mm), rozstawem co 200 mm i otuliną 20 mm (wliczając początkową odległość równą 40 mm) oraz dwóch rzędów klamer spinających po 16 prętów poziomych łączących pręty pionowe ($d=8$ mm) na wysokości 200 i 400 mm z rozstawem co 200 mm (rys. 2 b, 2 c).

W tym modelu kolejnym elementem zbrojonym była ściana lewa o długości 4,9 m: 4 pręty biegnące wzdłuż ściany ($d=8$ mm), z rozstawem co 200 mm, dwa rzędy po 25 prętów pionowych $d=8$ mm po obu stronach ściany i rozstawem co 200 mm oraz otuliną 20 mm (wliczając początkową odległość równą 40 mm), dwa rzędy klamer spinających po 25 prętów poziomych $d=8$ mm łączących pręty pionowe na takiej samej wysokości i rozstawem, jak dla ściany górnej (rys. 2 b). Dodatkowo w słupie wprowadzono zbrojenie w postaci ośmiu pionowych prętów o średnicy $d=20$ mm z otuliną 40 mm oraz pięciu strzemion $d=8$ mm rozstawionych co 100 mm z uwzględnieniem odległości od podłoża wynoszącej 50 mm (rys. 2 b, 2 c).

Trzeci model (m3) został oparty na konstrukcji m2 z jedną modyfikacją dotyczącą średnicy prętów (z wartości przyjętej w modelu m2, tzn. $d=8$ mm, na $d=12$ mm). Konstrukcja słupa nie była zmieniana.

Model numeryczny i zastosowana metoda FDTD

Do wyznaczenia rozkładu pola elektromagnetycznego w analizowanych układach wykorzystano metodę różnic skończonych w dziedzinie czasu (ang. *Finite Difference Time Domain*, FDTD) [1, 10]. Ze względu na proste sformułowanie metody oraz łatwe odwzorowanie geometrii analizowanego układu jest ona szczególnie przydatna przy obliczeniach pól elektromagnetycznych zmiennych w czasie, w zakresie wielkich częstotliwości oraz sygnałów szerokopasmowych. Metoda FDTD oparta jest na przekształceniu równań Maxwella



Rys. 2. Analizowany model bazy:

- (a) geometria pomieszczenia (szarym kolorem oznaczono elementy ze zbrojeniem), wymiary podano w centymetrach;
- (b) cały obszar analizy wraz z warunkami absorpcyjnymi (zbrojenie w słupie oraz ścianie górnej i lewej);
- (c) część zaprojektowanego zbrojenia uwzględniająca zbrojenie w słupie

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (1)$$

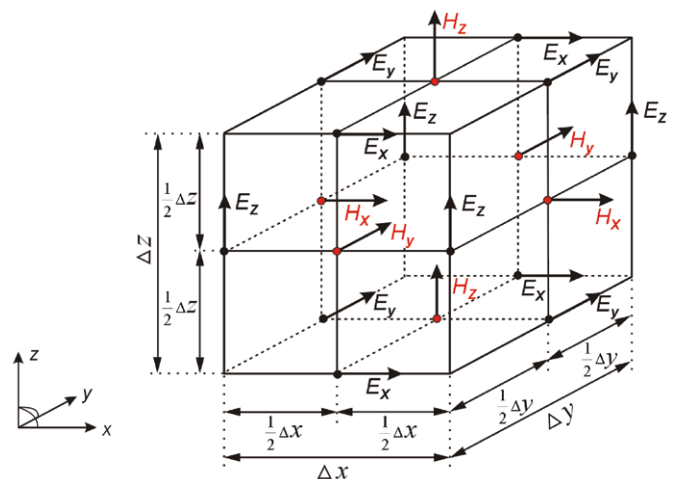
$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2)$$

do postaci różnicowej. Rozkład pola w analizowanym obszarze jest obliczany przez zastosowanie metod bezpośredniego różniczkowania w czasie i przestrzeni. Stąd w układzie współrzędnych prostokątnych np. składową E_x określa się na podstawie zależności

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \quad (3)$$

Schemat różnicowy w przestrzeni jest realizowany przez właściwe rozmieszczenie wektorów natężenia pola elektrycznego i magnetycznego w ramach każdej komórki. Składowe pola elektromagnetyczne są obliczane w innym punkcie przestrzeni. Wektory natężenia pola elektrycznego skojarzonego z komórką *Yee* są zaczepione w środkach odpowiednich krawędzi, natomiast wektory natężenia pola magnetycznego – w środkowych punktach ścian bocznych (rys. 3). Z każdą komórką związane są parametry materiału, m.in. przenikalność elektryczna ($\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$), przenikalność magnetyczna ($\mu = \mu_0 \mu_r$) i konduktywność (σ), gdzie ε_0 oznacza przenikalność elektryczną próżni ($8,8541 \cdot 10^{-12}$ F/m), a μ_0 przenikalność magnetyczną próżni ($4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m).

Całkowanie równań Maxwella w dziedzinie czasu oparte jest na zastosowaniu schematu dwukrokowego. W wybranych chwilach czasu, w których wyznacza się rozkład pola elektrycznego, wartości składowych wektora natężenia pola magnetycznego



Rys. 3. Schemat pojedynczej komórki *Yee* w klasycznej wersji metody FDTD

są przesunięte o czas $\Delta t/2$ względem nich. Wyznaczenie składowych wektorów natężenia pola elektrycznego: E_x, E_y, E_z jest możliwe dzięki wcześniejszemu obliczeniu składowych wektorów natężenia pola magnetycznego: H_x, H_y, H_z w poprzednim kroku czasowym algorytmu oraz poprzednie wartości składowych wektorów natężenia pola elektrycznego E_x, E_y, E_z . Opisany ciąg następujących po sobie kroków został nazwany procesem przeskoku w czasie (*leap-frog*).

Kolejną zaletą algorytmu jest założenie, że rozmiar komórki *Yee* określa przyrost w przestrzeni Δ . W przypadku trójwymiarowym, jeżeli przyjmuje się, że komórka *Yee* jest sześcienna, gdzie $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$, to odległości pomiędzy odpowiednimi składowymi natężenia pola elektrycznego i magnetycznego wynoszą $0,5\Delta$. W zależności od potrzeb obliczeniowych elementarna komórka *Yee* po wcześniejszej modyfikacji równań

różnicowych może mieć kształt prostopadłościenny, gdzie $\Delta x \neq \Delta y \neq \Delta z$. W wyniku aproksymacji pochodnych cząstkowych otrzymuje się równanie Maxwella w postaci różnicowej. Równanie (3) przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} & \frac{E_x|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} - E_x|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n-1/2}}{\Delta t} = \\ & = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{H_z|_{i,j+1,k+1/2}^n - H_z|_{i,j,k+1/2}^n}{\Delta y} - \right. \\ & \left. - \frac{H_y|_{i,j+1/2,k+1}^n - H_y|_{i,j+1/2,k}^n}{\Delta z} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

która po przekształceniu pozwala wyznaczyć wartość składowej wzdłuż osi x natężenia pola elektrycznego w punkcie obserwacji $(i, j + 1/2, k + 1/2)$ w czasie $(n + 1/2)$ na podstawie obliczonych składowych pola elektromagnetycznego w poprzedzających chwilach t , w odpowiednich punktach przestrzeni [1, 9, 10]. Odpowiedni dobór parametrów schematu różnicowego (w czasie Δt i przestrzeni $\Delta x, \Delta y, \Delta z$) decyduje o zachowaniu stabilności metody FDTD, jak i dokładności otrzymanych rozwiązań. Zatem warunek *Courant-Friedrichs-Lewy* (CFL), określający zależność pomiędzy minimalną wartością kroku czasowego Δt a największym rozmiarem komórki *Yee* ($\Delta x, \Delta y, \Delta z$), przy założeniu, że siatka była złożona z elementów sześciennych $20 \times 20 \times 20$ mm, został spełniony [9, 10].

W analizowanych układach źródłem pola był dipol generujący falę harmoniczną o częstotliwości 2,4 GHz (typową dla Wi-Fi). Przy rozwiązywaniu tego typu zagadnień niezbędne jest ograniczenie obszaru analizy. Warunki brzegowe odwzorowują zjawiska fizyczne na brzegu analizowanego obszaru i są niezbędne przy numerycznym rozwiązywaniu zagadnień polowych. W rozważanych układach zostały wykorzystane absorpcyjne warunki brzegowe Mura pierwszego rzędu (ABC) [1, 9, 10]. Ze względu na wymiary analizowanego układu rozmiar analizowanego modelu numerycznego wykonanego z materiałów jednorodnych (m1) był złożony z 1 612 416 komórek *Yee*. Natomiast w konstrukcjach ze zbrojeniem (m2, m3), po zastosowaniu elementów typu *thin wire* (jako pręty zbrojeniowe),

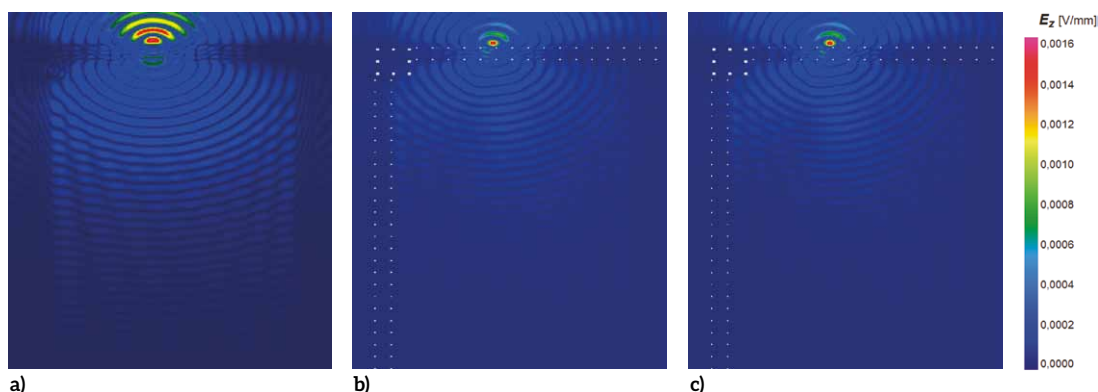
wystąpiło dodatkowe dzielenie komórek siatki, co spowodowało zwiększenie liczby komórek *Yee* do 1 798 464.

Wszystkim elementom konstrukcji przypisano dane materiałowe: standardowego betonu – względną przenikalność elektryczną $\varepsilon_r = 5$ oraz konduktywność $\sigma = 0,04$ S/m oraz dla cegieł – $\varepsilon_r = 4,44$ oraz konduktywność $\sigma = 0,01$ S/m. Natomiast we wszystkich modelach dla dielektryków przypisano $\mu = 1$. Zaś pręty były odwzorowane poprzez właściwości elementów stalowych. Przy analizie wysokich częstotliwości przyjmuje się, że natężenia pola magnetycznego w stali w rozpatrywanych przypadkach jest bliskie zero. Z tego powodu elementom zbrojenia przypisano wartości: $\mu = 10$, $\sigma = 1,35 \cdot 10^6$ S/m. Na zewnętrznej stronie ściany górnej znajdował się prostopadłościan o parametrach dielektryka: $\varepsilon_r = 2,2$; $\mu = 1$, na którym umieszczono nadajnik wysyłający sygnał sinusoidalny o częstotliwości $f = 2,4$ GHz [2, 6, 8].

Wyniki analizy

Ocenę rozkładu pola elektromagnetycznego uzyskano przy zastosowaniu metody FDTD. Dokonano porównania rozkładu natężenia pola elektromagnetycznego w stanie ustalonym oraz dla tej samej chwili czasowej. Na rys. 4 przedstawiono rozkłady natężenia pola elektrycznego wewnątrz analizowanych trzech konstrukcji (m1, m2, m3).

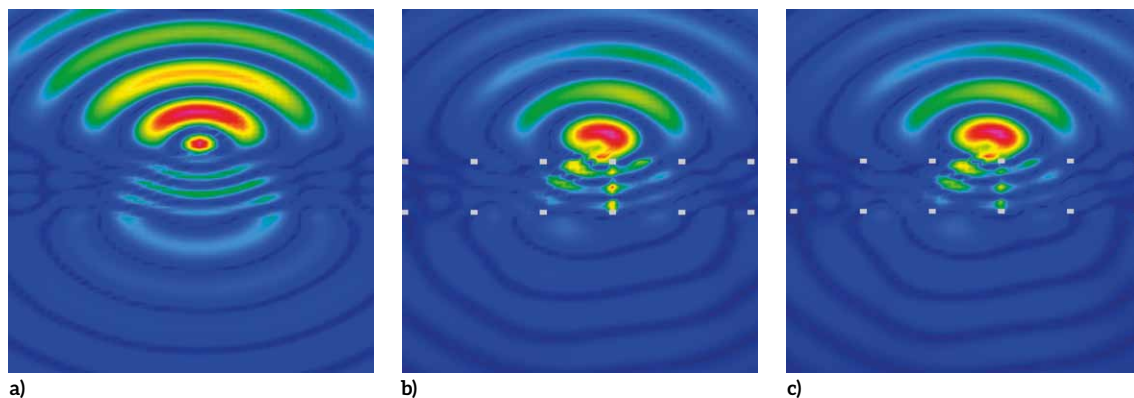
Przebieg fali elektromagnetycznej przez dielektryk (beton, pełną cegłę) powoduje zmniejszenie wartości pola. Część fali zostaje wytłumiona poprzez przejście przez inny ośrodek i ulega licznym odbiciom wewnątrz ściany, a część zostaje odbita na granicy powietrze – dielektryk. Przy porównaniu rozkładów natężenia pola dla trzech analizowanych przypadków można zauważyć, że w konstrukcji bez zbrojenia fala elektromagnetyczna rozchodzi się równomiernie zarówno przed ścianą, jak i za nią (rys. 4 a). W modelach z prętami zbrojeniowymi widoczne są nierównomiernie rozchodzące się liczne strefy cienia w bliskiej odległości od ściany. Również odbicia fali od prętów powodują nakładanie się fal, powodując w tym obszarze liczne minima i maksima składowej E_z . Skutkuje to pojawieniem się załamania fali z wyraźnymi odchyleniami od równomiernego rozprzestrzeniania się sygnału. Nawarstwianie się licznych odbić wewnątrz pomieszczenia (uwzględniając odbicia od wszystkich ścian) generalnie zmniejsza wartości składowej E_z oraz średni rozkład pola, który dopiero w odległości ok. 4 m od źródła pola ma zbliżone wartości do rozkładu w modelu bez zbrojenia (m1).



Rys. 4. Rozkład natężenia pola elektrycznego (składowej E_z) wewnątrz trzech analizowanych konstrukcji: (a) model bez zbrojenia, ze ścianą wykonaną z cegieł pełnych (m1); (b) model m2 (ze zbrojeniem o średnicy $d = 8$ mm); (c) model m3 (zbrojenie o średnicy $d = 12$ mm)

Rys. 5.

Strefa bliska z punktowym źródłem pola:
 (a) model bez zbrojenia (m1);
 (b) model m2 ($d=8$ mm);
 (c) model m3 ($d=12$ mm)



Zjawiska odbicia od ścian przyczyniają się do chwilowych wzrostów wartości pola wewnątrz pomieszczenia. Betonowa konstrukcja słupa wprowadza dodatkowe odbicia, natomiast zbrojenie w nim zawarte przyczynia się do powstania złożonych procesów: odbić na granicy słup – powietrze oraz zbrojenie – beton, gdzie zachodzą wielokrotne odbicia i interferencje. Wskazane zjawiska powodują zarówno wzmocnienie sygnału, jak i chwilowe zaniki w bliskiej strefie od konstrukcji zbrojonej (do 1 m).

Powiększenie obszarów w pobliżu punkowego źródła pola zostało przedstawione na rys. 5. Zauważalne są wyraźne załamania fali elektromagnetycznej na granicy ośrodków dielektryk – powietrze z następstwem osłabienia sygnału, zmniejszeniem długości fali oraz lokalną zmianą kierunku propagacji fali elektromagnetycznej. Gęstsze zbrojenie skutkowało by większymi obszarami z zanikiem sygnału. Natomiast przy odpowiednim doborze średnicy prętów oraz ich rozstawu można byłoby analizować zagadnienia dotyczące ekranowania.

W konstrukcji z prętami o średnicy 12 mm (m3) wartości pola elektrycznego wewnątrz pomieszczenia mają porównywalne wartości jak w przypadku $d=8$ mm (m2). Większa średnica zbrojenia skutkuje jedynie lokalnym zmniejszeniem wartości składowej E_z w okolicy prętów oraz większym obszarem strefy cienia (rys. 4). Zbrojenie wpływa na niejednorodny rozkład wartości pola oraz obniżenie wartości składowej E_z średnio o 10–20% w porównaniu z konstrukcją bez zbrojenia (rys. 4, 5).

Podsumowanie

W ośrodkach materialnych prędkość fali elektromagnetycznej jest zawsze zależna od rodzaju ośrodka oraz od częstotliwości fali. Na skutek absorpcji fala ulega stopniowemu osłabieniu, a jego stopień zależy m.in. od własności i grubości ośrodka. Niewielkie niejednorodności ośrodka (np. zbrojenie) powodują, iż fala ulega częściowemu rozproszeniu praktycznie we wszystkich kierunkach. Przy pobudzeniu sinusoidalnym zastosowana metoda FDTD obrazowo przedstawia procesy falowe. Wyniki dowodzą, iż montaż nadajników na ścianach bez zbrojenia znacznie poprawia rozkład pola, ponieważ nie ma negatywnych efektów związanych z odbiciami fal od metalowych prętów i rozkład jest równomierny.

Analiza dużych układów wymaga zastanowienia się nad zastosowaniem w przyszłości homogenizacji konstrukcji pod względem danych materiałowych w celu np. zmniejszenia kosz-

tów obliczeń związanych ze zmniejszeniem siatki i otrzymaniem dokładniejszych wyników. Zwłaszcza przy wciąż rosnącej tendencji opracowywania nowych technologii budowlanych oraz materiałów o odpowiednio opracowywanych właściwościach w celu zapewnienia przyjętych norm oraz dążeniu do energooszczędności przy wykorzystaniu tzw. inteligentnych budynków.

Literatura

- [1] TAFLOVE A., HAGNESS S.C.: *Computational Electrodynamics: The finite – difference time – domain method*. Boston, Artech House, 2005.
- [2] CUIÑAS I., GARCÍA SÁNCHEZ M.: *Permittivity and Conductivity Measurements of Building Materials at 5.8 GHz and 41.5 GHz*. *Wireless Personal Communications: An International Journal*, vol. 20, no. 1, pp. 93–100, 2002.
- [3] <http://www.edimax.com/edimax/au>
- [4] DUNTEMANN J.: *Przewodnik po sieciach Wi-Fi*. Nakom, Poznań 2006.
- [5] <http://www.amazon.com>
- [6] CHOROSZUCHO A., BUTRYŁO B.: *Numeryczna analiza wpływu parametrów elektrycznych ścian wykonanych z betonu na wartości natężenia pola elektrycznego*. „Przegląd Elektrotechniczny” 12/2013, s. 161–164.
- [7] PN-EN 771-1:2006 Wymagania dotyczące elementów murowych. Część 1: Elementy murowe ceramiczne.
- [8] CHOROSZUCHO A., BUTRYŁO B.: *The numerical analysis of the influence conductivity of clinker bricks and the size of their hollows on the distribution of the electromagnetic field*. „Przegląd Elektrotechniczny” 11a/2012, pp. 351–354.
- [9] SADIKU M.N.O.: *Numerical techniques in electromagnetics*. CRS Press LLC, 2nd edition, 2001.
- [10] ELSHERBENI A.Z., DEMIR V.: *The Finite-Difference Time-Domain Method for Electromagnetics with MATLAB Simulations*. SciTech Publishing, Inc, USA, 2009.

dr inż. Agnieszka Choroszucho –
 Politechnika Białostocka, Wydział Elektryczny,
 Katedra Elektrotechniki Teoretycznej i Metrologii
 e-mail: a.choroszucho@pb.edu.pl

artykuł recenzowany