

Pomiary

Janusz Piotrowski

Wstęp

Pomiary są obszerną dziedziną wiedzy, gdyż występują w codziennej pracy niemal w każdym zawodzie inżynierskim. Inżynier powinien znać wielkości fizyczne i cechy obiektów, z jakimi styka się w swojej pracy, współczesną aparaturę pomiarową, niedokładność wyników pomiarów i sposób jej oceniania, a także warunki i zasady eksploatacji aparatury.

Aparatura pomiarowa jest ciągle doskonalsza; jedne przyrządy przestają być używane, a w ich miejsce powstają nowe – zminiaturyzowane, skomputeryzowane, budowane z lepszych materiałów i trwalsze w użyciu. Automatyzacji podlegają czynności obsługi aparatury i procedury przetwarzania wyników.

Równocześnie coraz więcej informacji katalogowych aparatury dotyczy głównie wyglądu, spełnianych funkcji i możliwości oprogramowania przyrządów skomputeryzowanych.

Coraz powszechniej używana nazwa „czujniki inteligentne” wiąże się z przedstawianiem czujnika w postaci „czarnej skrzynki”. Aby dokonać doboru czujników do konkretnych zastosowań, należy znać zasady ich działania, właściwości i sposoby specyfikacji parametrów.

Jednym z celów napisania niniejszej książki było dostarczenie Czytelnikowi aktualnej wiedzy dotyczącej pomiarów. Autorzy prezentują w niej pomiary stosowane w dziedzinach, z którymi zetknęli się w swoich pracach dla przemysłu, w pracy naukowej oraz dydaktycznej. Z tego względu książka obejmuje pomiary m.in. następujących parametrów: temperatury, ciśnienia i poziomu przepływu, drgań, wstrząsów i hałasu, składu chemicznego i wilgotności, a więc dotyczy podobnego zakresu, jak znana książka E. Romera „Miernictwo przemysłowe” (wydanie III poprawione i uzupełnione, 1978 r.). W pomiarach składu chemicznego próbuje się połączyć pomiary instrumentalne z analizą chemiczną, choć udziału chemika w tych czynnościach nikt nie zastąpi. „Wprowadzenie” do książki zawiera przegląd metod przetwarzania sygnałów, informacje o systemach pomiarowych oraz informacje o obowiązujących przepisach prawnych.

Książka może być przydatna dla pracowników ośrodków rozwojowo-badawczych oraz laboratoriów, jako pomoc w przygotowaniu i realizacji prac badawczych. Autorzy prezentują aparaturę stosowaną w energetyce, przemyśle chemicznym, hutnictwie, gospodarce komunalnej, ochronie środowiska, przemyśle spożywczym i in., i adresują książkę także do specjalistów w tych dziedzinach.

Książka może również służyć jako podręcznik akademicki na kierunkach, które kształcą projektantów, producentów, serwisantów i użytkowników aparatury pomiarowej, a więc na automatyce, elektronice, elektrotechnice, mechanice i fizyce. Polecana jest także dyplomantom i słuchaczom studiów doktoranckich na wyżej wymienionych kierunkach.

1. Wprowadzenie

1.1. Definicja pomiaru i terminów z nim związanych

Pomiarem nazywamy czynności, po których wykonaniu możemy stwierdzić, że w chwili pomiaru dokonanego w określonych warunkach, przy zastosowaniu określonych środków, mierzona wielkość x miała następującą wartość

$$a \leq x \leq b \quad (1.1)$$

Stwierdzenie, że wielkość x jest nie mniejsza niż a i równocześnie nie większa niż b nazywamy **wynikiem pomiaru**. Wyniku nie doprowadzamy do matematycznej równości $a = b$, gdyż zmniejszanie różnicy

$$b - a = 2\varepsilon \quad (1.2)$$

jest niemożliwe lub niecelowe. Symbol ε ($\varepsilon > 0$) oznacza liczbę, która charakteryzuje **niedokładność pomiaru**.

Przykład 1.1.

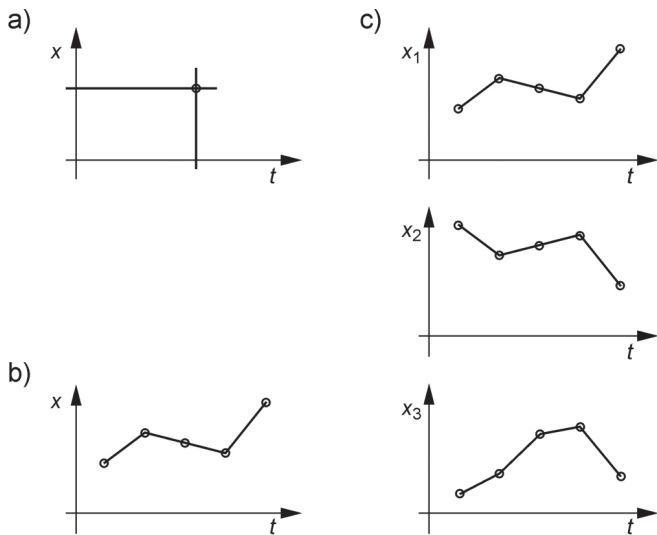
Człowiek jest zdolny rozróżnić nieuzbrojonym okiem dwa punkty odległe co najmniej o 0,05 mm. Lupa zwiększa zdolność rozróżnienia punktów kilkakrotnie, mikroskop kilkasetkrotnie, a mikroskop elektronowy około milionkrotnie. Niemniej próg czułości istnieje nadal i ma skończoną wartość. Ograniczeniem może być koszt narzędzi pomiarowych.

W praktyce wartość 2ε może się okazać nieskończenie mała, wskutek czego wynik pomiaru $a \leq x \leq b$ będzie bliski równości $a = b$.

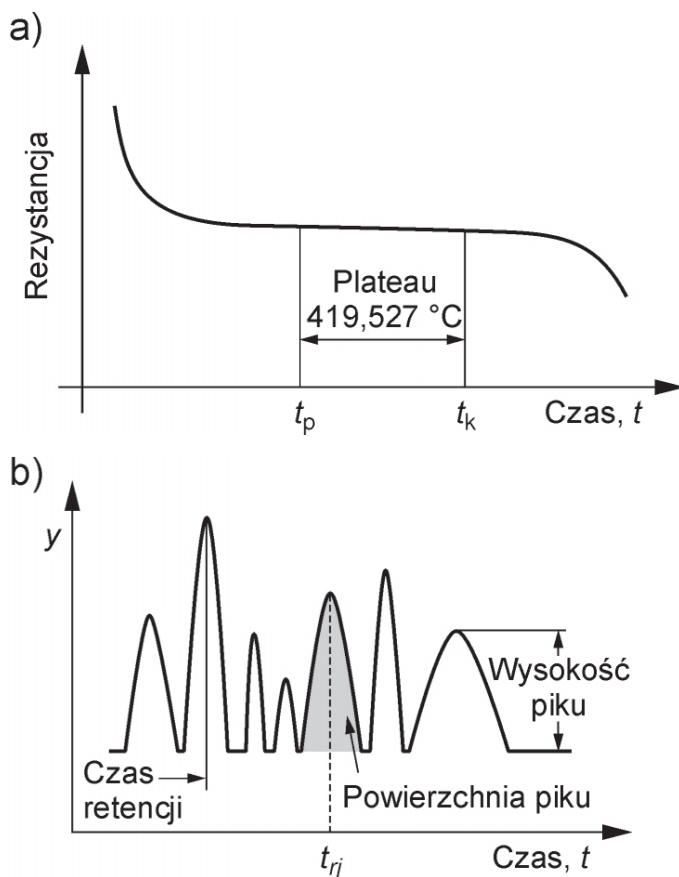
Pomiary wykonuje się po to, aby poznać stan jakiegoś obiektu. Obiektem jest właściwość ciała fizycznego, przedmiotu, stan środowiska, poziom energetyczny zjawiska, skład chemiczny ciała i inne właściwości, dla których istnieje jeden fizyczny wzorzec, definiujący te właściwości i określający tzw. stan odniesienia. Oznacza to, że wynik pomiaru jest wyrażany zawsze w odniesieniu do wzorca. Wzorzec ma przypisaną miarę, która definiuje jednostkę miary danej wielkości fizycznej, a wynik pomiaru jest liczbą rzeczywistą, określającą stan wielkości wyrażony w odpowiednich jednostkach miary.

Przykład 1.2.

Wzorcem jednostki temperatury jest punkt potrójny wody: stan równowagi trzech faz: wody, pary wodnej i lodu. Stanowi temu przypisano wartość temperatury wynoszącą 273,16 kelwina. Jednostka miary temperatury – 1 kelwin (K) – stanowi 1/273,16 część temperatury punktu potrójnego wody.



Rysunek 1.1. Przykładowe wyniki pomiarów: a) wartości chwilowej, b) przebiegu czasowego, c) jednoczesnego pomiaru trzech wielkości



Rysunek 1.2. Charakterystyczne obrazy zjawisk fizycznych, z których wyznacza się parametr będący wynikiem pomiaru: a) krzywa krzepnięcia niklu, b) chromatogram

Wszystkie wielkości fizyczne podzielono na dwie grupy: podstawowe i pochodne. Podstawowych wielkości fizycznych jest siedem. Odróżniają się największą dokładnością odtwarzania. Pozostałe wielkości fizyczne, zwane wielkościami pochodnymi, zdefiniowano na podstawie znanych praw fizyki i jednostek miary wielkości podstawowych. Utworzone jednostki miary tworzą układ jednostek SI przyjęty przez Generalną Konferencję Miar.

Wyniki pomiarów wyraża się liczbami rzeczywistymi z odpowiednią jednostką miary. Przyporządkowanie liczb stanom obiektu pomiaru nazywa się skalą pomiarową. Przyjętą powszechnie skalę nazywa się skalą metryczną lub ilorazową. Elementy wyrażone w skali metrycznej można porównywać i orzekać, czy są równe, większe czy mniejsze. Wymienione relacje można badać na wartościach wielkości, różnicach i ilorazach wartości. Wymagań skali metrycznej nie spełniają: skala temperatury Celsjusza i skala czasu kalendarzowego. Pełniejsze informacje o skalach i wzorcach Czytelnik znajdzie w [5], [6], [7].

Obiekty pomiaru są bardziej złożone. Obiekt może się charakteryzować niezmiennym stanem, co wyraża się jedną wartością – liczbą rzeczywistą. Jest to tzw. wartość chwilowa wielkości. Informacja, że jedna wartość jest wystarczającą charakterystyką obiektu pomiaru musi pochodzić z innego źródła i nie jest wynikiem tego pomiaru. Wynik pomiaru wartości chwilowej można przedstawić na rysunku jako punkt na osi liczbowej. Na podstawie rysunku 1.1a nie można określić, jaki był stan wielkości przed pomiarem i jaki będzie po pomiarze.

Obiektem pomiaru może być ciąg stanów nazywany przebiegiem czasowym; jest on opisywany jako funkcja zmiennej t , mianowicie $x(t)$. Zmienną t najczęściej jest czas, numer, ale może być też droga, długość fali lub inna wielkość fizyczna. Przebieg czasowy można przedstawiać dla zmiennej t ciągłej lub dyskretnej, co przedstawiono na rys. 1.1b. Od osoby wykonującej pomiar zależy, jaki charakter: ciągły czy dyskretny, ma zmienna t . W ten sposób poznajemy „zachowanie się” obiektu w czasie lub względem innej wielkości, którą należy mierzyć równocześnie.

Obiektem pomiaru może być wartość średnia kilku wartości chwilowych, średnia po czasie, drodze, objętości itp. Wartość średnią można wyznaczać z wartości punktowych lub mierzyć jako właściwość charakterystyczną (charakterystykę) obiektu za pomocą przyrządu do pomiaru wartości średniej. Podobne obiekty pomiaru to: wartość skuteczna, rozkład harmoniczny, gęstość widmowa mocy, rozkład prawdopodobieństwa i inne.

Obiekt pomiaru może być wielowymiarowy. Oznacza to, że interesuje nas jednoczesne poznanie stanów kilku właściwości obiektu – ich wartości chwilowych albo przebiegów czasowych. Pokazano to na rys. 1.1c.

Obiekt pomiaru może być złożony. Tak nazwiemy obiekt, którego stan wyznaczamy na podstawie charakterystycznego

reklama

reklama

przebiegu jednej lub kilku wielkości. Przykładem niech będzie przebieg czasowy temperatury kąpieli metalu w tyglu, pokazany na rys. 1.2a, a obserwowany za pomocą rezystancyjnego, platynowego czujnika temperatury. Początkowo metal w tyglu jest w stanie roztopionym i stygnie. Po czasie t_p zaczyna krzepnąć, co jest rozpoznawane po charakterystycznym płaskim przebiegu krzywej zwanym *plateau*. Po czasie t_k metal przechodzi w stan stały i temperatura się zmniejsza. Miarą temperatury krzepnięcia jest poziom sygnału *plateau*.

Innym przykładem jest sygnał spektrometryczny lub chromatograficzny pokazany na rys. 1.2b, składający się z szeregu pików. Miarą stężenia j -tego składnika badanej substancji jest powierzchnia pików pod krzywą (zakreskowana na rysunku) odniesiona do powierzchni wszystkich pików; rodzaj składnika określa wartość odciętej t_{rj} maksimum pików. Wynik pomiarów ze spektrogramu wyznacza się według złożonych algorytmów, szczególnie gdy piki zachodzą na siebie.

Złożoność obiektu z zakresu składu chemicznego określa się nazwami: analiza elementarna i analiza specjacyjna. Przykładem niech będzie stężenie chloru w wodzie pitnej. Wyróżnia się chlor użyteczny wolny w postaci: kwasu chlorowego (I) (podchlorowego) HClO, anionu kwasu chlorowego(I) ClO⁻, chloru molekularnego Cl₂ i chlor użyteczny związany: chloramina i inne związki, jak np. NH₂Cl, NHCl₂. Wyznaczanie stężenia Cl oznacza analizę elementarną. *Specjacja* to wyznaczanie stężenia chloru występującego we wszystkich wymienionych postaciach, gdyż każda z nich ma inne znaczenie w procesie dezynfekcji i nadaje inne właściwości wodzie pitnej.

Pomiar jest działaniem celowym, tzn. przed wykonaniem pomiaru trzeba dobrze znać cel pomiaru. Cel określa charakterystyka i definicja obiektu badań, warunki występowania badanego zjawiska, czas trwania zjawiska, inne specyficzne ograniczenia i – najważniejsze – wymagana niedokładność pomiaru oznaczona jako ϵ we wzorze (1.2). Charakterystyka obiektu została już omówiona wcześniej, a definicję obiektu pomiaru objaśnimy na podstawie prostego przykładu.

Przykład 1.3.

Obiektem pomiaru niech będzie średnica kulki metalowej, którą można zdefiniować jako:

- wartość średnia wyników pomiarów średnicy w kilku kierunkach,
- wymiar oczka w sicie, przez które kulka przelatuje, ale nie przelatuje przez sito o nieco większych oczkach,
- wartość średnicy obliczona na podstawie pomiaru objętości kulki (zmierzonej na przykład piknometrem) przy założeniu, że kulka jest okrągła, co nie wyczerpuje wszystkich możliwych definicji.

Czasami definicję obiektu pomiaru nazywa się *mezurandem*, co jest nową nazwą zaczerpniętą z języka angielskiego.

Niedokładność pomiaru (inną nazwą używaną zamiennie jest niepewność, choć zdaniem autora oznacza coś innego), zgodnie z równaniami (1.1) i (1.2), określa niejednoznaczność wyniku pomiaru. Cel pomiaru będzie osiągnięty tylko wówczas, gdy niedokładność nie przekroczy wartości wymaganej. Ocena niedokładności wyniku powinna być dokonana przed wykonaniem

miaru, wielowariantowo, gdyż pozwoli to wybrać racjonalne procedury pomiaru na podstawie szacowanych kosztów pomiaru.

1.2. Podstawowe pojęcia

1.2.1. Aparatura pomiarowa

Aparatura pomiarowa to środki techniczne służące do wykonywania pomiarów. Są to: wzorce jednostek miary, przyrządy pomiarowe i przybory pomiarowe. Przybory to urządzenia ułatwiające wykonywanie pomiarów, np. termostaty, zasilacze o stabilizowanym napięciu, urządzenia do poziomowania itd. Wzorec jednostki miary danej wielkości fizycznej jest to ciało fizyczne, służące do odtwarzania jednostki miary z określoną niedokładnością. Wzorce w zasadzie nie służą do wykonywania pomiarów, gdyż samym wzorcem nie można nic zmierzyć.

Wzorce mogą być częścią przyrządu w niektórych metodach pomiarowych. Przyrządy pomiarowe są to środki techniczne przeznaczone do bezpośredniego lub pośredniego wykonywania pomiarów. Istnieje duża różnorodność przyrządów i stosowane są różne nazwy określające ich rodzaj.

1.2.2. Przyrząd pomiarowy

Przyrząd pomiarowy jest urządzeniem zintegrowanym (zwarłym), do którego doprowadza się wielkość mierzoną x i z pola odczytowego można odczytać surowy wynik pomiaru x' , wyrażony w jednostkach miary wielkości mierzonej. Pole odczytowe może być analogowe, jako oś liczbowa wielkości mierzonej, lub cyfrowe, z odczytem wartości liczbowej wyniku. Przyrządem pomiarowym jest na przykład termometr szklany, przymiar wstęgowy, woltomierz, ciśnieniomierz, spektrometr. Ważne jest podawanie w nazwie słowa „pomiarowy”, co oznacza, że znana jest niedokładność przyrządu. Bez tego słowa nazwa „przyrząd” oznacza narzędzie lub element elektroniczny, które nie mają określonej niedokładności.

Opisując działanie przyrządu pomiarowego, dzieli się go na części zwane stopniami przetwarzania, jak pokazano na rys. 1.3. Połączenie i współdziałanie stopni przetwarzania przedstawia się za pomocą schematu strukturalnego.

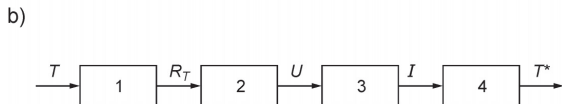
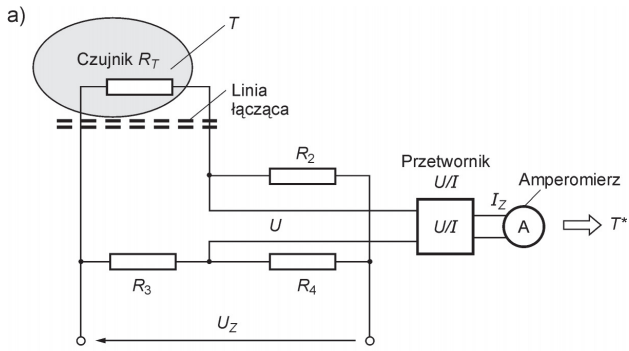
Wyróżnia się:

- **czujnik pomiarowy**, który przetwarza wielkość mierzoną w inną wielkość fizyczną, łatwiej mierzalną lub wygodniejszą do przesłania na odległość (wielkością wejściową czujnika jest wielkość mierzona);
- **przetwornik pomiarowy**, który przetwarza jedną wielkość fizyczną x w inną wielkość fizyczną y z określoną niedokładnością; na rys. 1.3 występują: przetwornik rezystancji R_T w napięcie U (jest nim układ mostkowy) i przetwornik napięcia U w natężenie prądu I ;
- **przetwornik analogowo-cyfrowy (A/C)** przetwarza sygnał analogowy (napięcie) w sygnał cyfrowy (tzn. próbkowany, skwantowany i zakodowany).

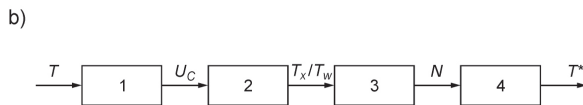
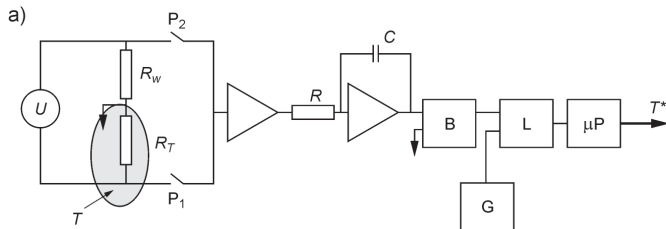
Przykładem struktury niech będzie przyrząd pomiarowy do pomiaru temperatury za pomocą czujnika rezystancyjnego, na rys. 1.3 w wersji analogowej, a na rys. 1.4 w wersji cyfrowej.

Schematy przetwarzania pokazane na rys. 1.3b i 1.4b przedstawiają strukturę przyrządu i ułatwiają opis działania. I tak, mierzoną temperaturę T czujnik przetwarza w rezystancję

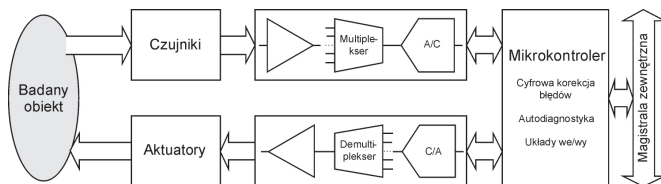
$$R_T = R_0 (1 + \alpha T) \quad (1.3)$$



Rysunek 1.3. Przykładowy układ analogowy do pomiaru temperatury za pomocą czujnika rezystancyjnego: a) układ elektryczny, b) schemat strukturalny



Rysunek 1.4. Przykładowy układ cyfrowy do pomiaru temperatury za pomocą czujnika rezystancyjnego: a) układ elektryczny, b) schemat strukturalny



Rysunek 1.5. Struktura mikroprocesorowego systemu pomiarowego

W przetworniku analogowym rezystancję przetwarza się w napięcie nierównowagi U układu mostkowego, napięcie w prąd o zakresie $0 \div 20$ mA, który można przesłać na odległość do 2 km; na podstawie wartości natężenia prądu amperomierz wskazuje temperaturę.

W przypadku przetworników cyfrowych jest kilka wariantów rozwiązań. Prąd wyjściowy z przetwornika można przetworzyć w postać cyfrową i przesłać do odbiornika informacji. Można też inaczej, mianowicie rezystancję czujnika R_T przetworzyć w iloraz czasów $\frac{\Delta t_x}{\Delta t_w}$ następująco. W stanie początkowym licznik L i mikroprocesor μP są wyzerowane. Po zamknięciu przełącznika P_1 (gdy P_2 jest otwarty) na wzmacniacz jest podawany spadek napięcia na rezystorze R_T i to napięcie jest całkowane za pomocą elementów R, C . Po określonym przez układ sterujący czasie Δt_x przełącznik P_1 zostaje otwarty, a przełącznik P_2 się zamyka.

Od chwili osiągnięcia maksymalnej wartości U_C napięcie to maleje o wartość odpowiadającą całce z napięcia U_w z przeciwnym znakiem. Stan $U_C = 0$ jest wykrywany za pomocą detektora D (niepokazanego na rysunku) i określa on chwilę Δt_w . Przedziały czasu Δt_x i Δt_w mierzy się za pomocą stopnia zliczania, złożonego z bramki B, licznika L i generatora wzorcowego częstotliwości G; na podstawie tych danych mikroprocesor oblicza wynik pomiaru T^* i przesyła do odbiornika informacje.

1.2.3. Systemy pomiarowe

Szczególną klasą przyrządów są systemy pomiarowe. Mogą to być systemy zwarte lub rozproszone. Istotną cechą systemów pomiarowych jest zdolność zaawansowanego przetwarzania sygnałów i informacji oraz przesyłania ich na odległość. Zwartym systemem jest na przykład chromatograf lub multimetr cyfrowy, wyposażone w interfejs do współpracy z komputerem i tworzące sieć. Systemem rozproszonym jest na przykład system pomiarów meteorologicznych, gdzie punkty pomiarowe są rozproszone na rozległym obszarze.

Zwykle system pomiarowy przedstawia się tak jak na rys. 1.5. Składa się on z czujników, komutatorów (multipleksera), przetwornika A/C i mikroprocesora oraz z drugiej gałęzi: przetwornika C/A, demultipleksera, aktuatorów (sterowników). Kanał aktuatorów służy do sterowania przebiegiem eksperymentu, nastawiania parametrów czujników (tzn. zmian struktury czujników), sterowania kalibracją itd.

Schematy strukturalne, pokazane na rys. 1.3b i 1.4b, tworzy się w procesie opracowywania przyrządu i przygotowywania produkcji, a równania przetwarzania znane są z fizyki. Równanie przetwarzania f ma zwykle postać

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, x) \quad (1.4)$$

gdzie: y – wielkość wyjściowa, x_1, x_2, \dots, x_{m-1} – wielkości wpływające, x – wielkość mierzona. Wielkość mierzona jest wiadoma. Wielkości wpływające charakteryzują warunki fizyczne, w których znajduje się przyrząd: temperaturę, napięcie zasilania, ciśnienie atmosferyczne, wilgotność powietrza itd. Wielkości te wpływają na wielkość wyjściową y i stąd ich nazwa. Wielkość wyjściowa y jest zwykle innego rodzaju niż wielkość mierzona i dlatego oznacza się ją innym symbolem. Na przykład w przypadku pomiaru temperatury termometrem szklanym wielkością mierzoną jest temperatura θ , a wielkością wyjściową jest długość słupka cieczy termometrycznej l . Podobnie jest w równaniu przetwarzania (1.3).

1.2.4. Definicje błędów

Wielkość mierzona x jest realizowana fizycznie przez doprowadzenie jej do przyrządu. Wielkością wyjściową wskazywaną przez przyrząd jest wartość tej wielkości x^* . Wartość x^* jest liczbą z odpowiednią jednostką miary i jest elementem w dziedzinie abstrakcji. Równanie przetwarzania przyrządu powinno mieć teraz postać

$$x^* = x \quad (1.5)$$

W rzeczywistości równanie (1.5) jest bardziej złożone.

Jeśli wszystkie zjawiska fizyczne zachodzące w przyrządzie opisuje wzór (1.4), to aby otrzymać wynik pomiaru, wielkości y musimy nadać miarę wielkości mierzonej x , co zapisuje się wzorem

$$x^* = \varphi(y) \quad (1.6)$$

nazywanym często procedurą wzorcowania. Czynności ustalenia φ , wyznaczenia i utrwalenia nazywa się wzorcowaniem przyrządu. Wzorcuje się każdy przyrząd pomiarowy przed oddaniem go do użytku.

Aby spełnić równość (1.5)

$$x^* = \varphi[f(x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, x)] = x \quad (1.7)$$

należy:

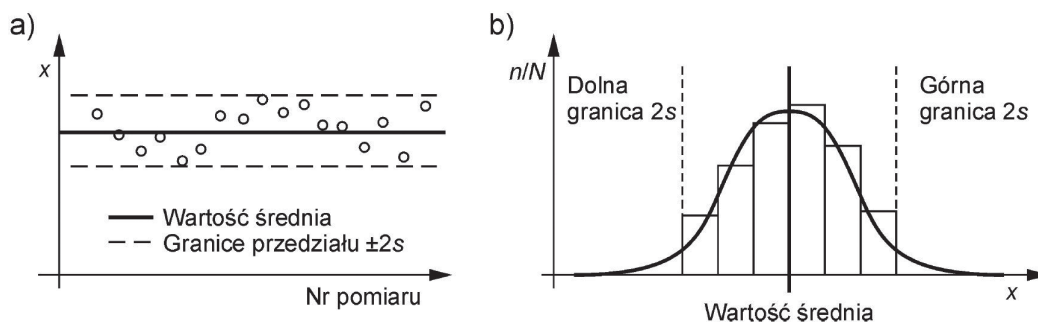
- zachować stałe wartości wielkości wpływających $x_i = x_{i0} = const$ dla $i = 1, 2, \dots, m - 1$ (1.8)

- dobrać i zastosować procedurę wzorcowania $\varphi = f_0^{-1}$ (1.9)

przy czym $f_0 = f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{(m-1)0})$, (1.10)

- a f_0^{-1} jest funkcją odwrotną f_0
- funkcja f_0 musi być wzajemnie jednoznaczna. Wymaganie to spełnia częściowo warunek (1.8).

Warunki zapisane wzorem (1.8) nazywa się warunkami odniesienia. Są to umownie przyjęte wartości wielkości wpływających, dla których są zdefiniowane (określone) właściwości metrologiczne przyrządu i w których wzorcowano przyrząd. Dla przyrządów objętych prawną kontrolą metrologiczną warunki odniesienia są normowane aktami prawnymi wysokiej rangi. Dlatego nazwa warunki odniesienia jest jednym z podstawowych pojęć metrologii.



Rysunek 1.6. Graficzne przedstawienie wyników serii pomiarów: a) wartości kolejnych wyników, b) rozkład wartości w postaci histogramu i hipotetyczny rozkład aproksymowany linią ciągłą

Wymagań (1.8) i (1.9) nie można dokładnie spełnić i konsekwencją tego jest **błąd przyrządu pomiarowego**, Δ , zdefiniowany następująco:

$$\Delta = x^* - x \quad (1.11)$$

Błąd Δ jest zmienną losową, ściślej, jest wielowymiarowym, niestacjonarnym procesem losowym [5]. Argumentami Δ , czyli wymiarami przestrzeni, są:

- wielkość mierzona x ,
- wielkości wpływające x_1, x_2, \dots, x_{m-1} ,
- czas T eksploatacji przyrządu, w którym wskutek starzenia zmieniają się właściwości opisywane funkcją $f(1.4)$,
- niepowtarzalność czynności metrologicznych,
- niepowtarzalność użytych odczynników w pomiarach składu chemicznego,
- egzemplarz przyrządu opisywany numerem fabrycznym lub inaczej,
- błędy wzorców jednostek miary i wzorców materiałów użytych do wzorcowania przyrządu.

Jak widać z tego wyliczenia, źródeł błędów jest dużo, ale w praktyce uwzględnia się tylko część z nich. Losowość zjawisk, które są źródłami błędów, powoduje, że do ich opisu stosuje się rachunek prawdopodobieństwa i statystykę matematyczną. Największym problemem jest niepełna wiedza o tych zjawiskach i konieczność uproszczeń.

Ogólna, uniwersalna i jedyna definicja błędu jest następująca: błąd Δ wielkości x jest to różnica wartości x i wartości poprawnej tej wielkości, mianowicie

$$\Delta_x = x - x_{\text{popr}} \quad (1.12)$$

W każdym zastosowaniu tej definicji wartość poprawna x_{popr} musi być zdefiniowana. W szczególnym przypadku błędu przyrządu pomiarowego (1.11) wartością poprawną jest wielkość wejściowa do przyrządu x . Definicja dlatego jest warunkowa, gdyż nigdy nie znamy wartości prawdziwej lub rzeczywistej wielkości. Oznacza to, że jeżeli wartość poprawna wielkości x

wynosi x_{popr} , to błąd jest równy Δ_x . Indeks x określa, że jest to błąd wielkości x . Definiując błąd, chcemy poznać jego wartość i znak, dlatego nie można zamieniać odjemnej i odjemnika.

Definicja (1.12) wyraża błąd bezwzględny. **Błąd względny** jest następujący:

$$\delta_x = \frac{\Delta_x}{x_{\text{popr}}} \cong \frac{\Delta_x}{x} \quad (1.13)$$

i wyraża się go ułamkiem względnym, w procentach, promi-
lach, jako ppm (parts per million, $\times 10^{-6}$), ppb (parts per bil-
lion, $\times 10^{-9}$). Określenie „błąd” (bez dodania względnego lub
bezwzględnego) oznacza błąd bezwzględny.

Teraz, gdy uwzględnimy błędy, równanie przetwarzania (1.5) przyjmie postać:

$$x^* = (1 + \delta_x) x + \Delta_x \quad (1.14)$$

przy czym (x jest błędem względnym, a jeśli $\delta_x = \text{const}$, jest nazywany błędem czułości. Składnik Δ_x jest błędem bezwzględnym i jest nazywany błędem zera, jeśli $\Delta_x = \text{const}$. Ze wzoru (1.14) wyraźnie widać, że dla dodatnich wartości błędów δ_x oraz Δ_x wartość x^* jest większa od wartości poprawnej $x_{\text{popr}} = x$. W bardziej złożonych przypadkach Δ oraz δ są funkcjami x .

Wspomniano już, że błędy są zmiennymi losowymi. W najprostszych przypadkach, dla stałej wartości x , w warunkach odniesienia, w krótkim czasie powtarzając pomiar x za pomocą tego samego przyrządu, otrzymamy zbiór wyników x_i^* o liczności N , które przedstawiono na rys. 1.6a. Taki zbiór wyników nazywa się **serią pomiarów**. Seria składa się z $3 \div 5$ wyników w pomiarach składu chemicznego, $5 \div 20$ wyników pomiarów wielkości fizycznych, $50 \div 100$ wyników wyznaczania rozkładu prawdopodobieństwa, jak na rys. 1.6b. Wyniki nie są jednakowe, lecz mają pewien rozrzut. Za najbardziej prawdopodobny wynik uznajemy wartość średnią

$$x_{\text{sr}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^* \quad (1.15)$$

Rozrzut charakteryzują wartości $x_i^* - x_{sr}$. W statystyce miarą rozrzutu jest odchylenie średniokwadratowe

$$s = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i^* - x_{sr})^2} \quad (1.16)$$

Na rysunku 1.6b przedstawiono rozkład wyników pomiarów. W ocenie tych wyników za wartość poprawną przyjmiemy miarę wzorca w , jeśli błędy wzorca są pomijalnie małe w porównaniu z błędami przyrządu. Błędy są więc równe

$$\Delta_i = x_i^* - w \quad (1.17)$$

Wyróżnia się dwa składniki błędów: błąd systematyczny Δ_s i błąd przypadkowy Δ_{pi} . Błędy te definiuje się następująco:

- błąd systematyczny $\Delta_s = x_{sr} - w$ (1.18)

- błąd przypadkowy $\Delta_{pi} = x_i^* - x_{sr}$ (1.19)

Błędem systematycznym jest błąd, który przy wielokrotnym wykonywaniu pomiarów tej samej wartości wielkości, tym samym przyrządem, w tych samych warunkach, przez tego samego operatora ma wartość stałą lub zmienia się według znanego prawa.

Błędem przypadkowym jest błąd, który przy wielokrotnym wykonywaniu pomiarów tej samej wartości wielkości, tym samym przyrządem, w tych samych warunkach, przez tego samego operatora zmienia się w sposób losowy. Łatwo sprawdzić, że

$$\Delta_s + \Delta_{pi} = \Delta_i \quad (1.20)$$

oraz

$$\Delta_{psr} = \sum_{i=1}^N \Delta_{pi} = 0 \quad (1.21)$$

Warunki, jakie wymienia się w definicjach obu błędów, nazywa się **warunkami powtarzalności** (dochodzi jeszcze warunek: w czasie krótkim). Wyznaczanie błędów jest złożonym zadaniem metrologicznym, gdyż nakład pracy jest znaczny, szczególnie jeśli bada się wpływ warunków. Na podstawie lakonicznych definicji trzeba ocenić charakter źródła błędów, czy błąd jest systematyczny, czy przypadkowy. Informacje o źródłach błędów i właściwościach przyrządu są niewystarczające, aby błędy oszacować teoretycznie.

Wyróżnienie błędów systematycznych ma taki sens, że błąd ten można wyeliminować przez wprowadzenie poprawki.

$$P = -\Delta_s \quad (1.22)$$

a wówczas skorygowany wynik jest następujący:

$$x^*_{skor} = x^* + P \quad (1.23)$$

Poprawką eliminuje się błędy systematyczne o znacznej wartości, dobrze rozpoznane i zmieniające się powoli. Pozostałe

błędy systematyczne traktuje się jako przypadkowe. Bardziej racjonalny jest podział błędów (przypadkowych, tzn. po wprowadzeniu poprawek wszystkich) na błędy: w czasie krótkim (przypadkowe) i w czasie długim (systematyczne, traktowane jako przypadkowe). Kryterium, według którego następuje podział, jest czas korelacji błędów.

Błędy (przypadkowe, tzn. wszystkie) charakteryzuje się następującymi parametrami:

1. odchylenie standardowe σ lub wariancja σ^2 ,
2. niedokładność (lub niepewność)¹

$$U = ks, \quad k = 2, \text{ co oznacza niepewność } 5\% \quad (1.24)$$

przy czym s jest estymatorem odchylenia standardowego,

3. rozstęp

$$R = \Delta_{max} - \Delta_{min} \quad (1.25)$$

Wymienione 3 parametry są wzajemnie przeliczalne, jeśli znany jest rozkład prawdopodobieństwa błędu. Preferowaną miarą błędów jest odchylenie standardowe, ponieważ przy wielu źródłach błędów o znanych odchyleniach standardowych s_1, s_2, \dots, s_m i nieznanymi rozkładami prawdopodobieństwa odchylenia standardowe błędu sumarycznego jest równe

$$s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_m^2} \quad (1.26)$$

i błąd sumaryczny ma rozkład normalny na podstawie centralnego twierdzenia rachunku prawdopodobieństwa, gdy $m > 5$ i żaden ze składników wzoru (1.26) nie ma dominującej wartości.

Niedokładność określa przedział $\pm U$ wokół wartości średniej serii, tzn. wokół wyniku pomiaru, w którym z prawdopodobieństwem 95% (lub innym, jeśli jest określone) jest zawarta wartość poprawna wyniku – tutaj jest to wartość prawdziwa. Błąd przekraczający przedział $\pm U$ wokół wartości średniej uważa się za zbyt duży i wynik obciążony takim błędem zwykle się odrzuca. Takie „cenzurowanie” wyników przeprowadza się za pomocą odpowiednich testów statystycznych. Rozstęp jako miarę błędów stosuje się dla serii wyników o małej liczności.

Przypisy

- [1] Nazwy parametru charakteryzującego błąd są dyskusyjne. „Niedokładność” jest starą nazwą wyrażającą graniczną wartość błędu lub błędu dopuszczalnego. Przewodnik [9] wprowadza nazwę „niepewność”, co zdaniem autora jest mylną nazwą. Niepewność w języku potocznym ma inny sens: nie jest wyrażana w dziedzinie odchylenia standardowego lub wielkości i ma miarę z przedziału (0, 1) lub (0, 100%). Dlatego autor preferuje nazwę niedokładność.

Fragment pochodzi z książki: *Pomiary. Czujniki i metody pomiarowe wybranych wielkości fizycznych i składu chemicznego*, Janusz Piotrowski Wydawnictwo Naukowe PWN, 2015

reklama

reklama